参 考 答 案

第一单元　集　　合

P4　**1.** (1) $\in$　$\in$　$\notin$

(2) $\in$　$\notin$　$\notin$　$\notin$　$\notin$　$\in$　$\in$　$\notin$

(3) $\in$　$\notin$

(4) $\notin$　$\in$

(5) $\in$　$\notin$

(6)

(7) 0 或 1

2. (1) $\times$　(2) $\checkmark$　(3) $\times$　(4) $\times$　(5) $\times$　(6) $\checkmark$

3. (1) $\{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$

(2) $\{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

(3) {m, a, t, h, e, i, c, s}

(4) $\{(0, 0), (1, 0), (2, 0), (0, 1), (1, 1), (2, 1)\}$

4. (1) $\{x \mid x = 2\sqrt{2}$ 或 $x = -2\sqrt{2}\}$

(2) $\left\{x \,\middle|\, x > -\dfrac{5}{3}\right\}$

(3) $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{N}^{+}\}$

5. 列举法$\{(1, 1)\}$　描述法$\{(x, y) \mid x = 1, y = 1\}$

6. 是　$x^2 - x = 2$　得 $x=2$(舍)或 $x=-1$　$\therefore x = -1$

P6　**1.** (1) $\checkmark$　(2) $\times$　(3) $\times$　(4) $\checkmark$　(5) $\checkmark$　(6) $\times$　(7) $\times$

2. 子集：$\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3\}$

真子集：$\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$

非空真子集：$\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$

3. (1) $\in$　(2) $\notin$　(3) $\in$　(4) $=$　(5) $=$

4. (1) $A \subset B$　(2) $A \subset B$　(3) $B \subset A$

5. $x^2 = 3$ 或 $x^2 = x$

$x = \pm\sqrt{3}$ 或 $x = 0$ 或 1(舍)

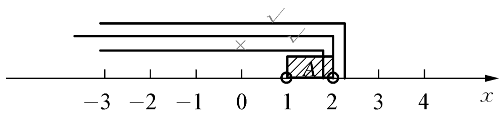
$\therefore x = 0$ 或 $x = \pm\sqrt{3}$

6. $\complement_M = \{1, 2\}$, $M = \{1, 3\}$, $M = \{1, 4\}$

$M = \{1, 2, 3\}$, $M = \{1, 2, 4\}$, $M = \{1, 3, 4\}$

$M=\{1, 2, 3, 4\}$

7.



$a \geqslant 2$

8. $B=\{-1, 1\}$ $\because A \subset B$ $\therefore -1 \in A$ 或 $1 \in A$

①$-1 \in A$ $-k=1$ $k=-1$ ②$1 \in A$ $k=1$

$\therefore k=-1$ 或 1

P8 一、**1.** D

2. D

3. B

二、**1.** $A \cap B=\{5, 8\}$

$A \cup B=\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

2. $A \cap B=\{x \mid x$ 是某幼师具有书法和钢琴等级考核合格证书的学生$\}$

$A \cup B=\{x \mid x$ 是某幼师具有书法或钢琴等级考核合格证书的学生$\}$

3. $A=\{5, -1\}$, $B=\{-1, 1\}$

$A \cap B=\{-1\}$, $A \cup B=\{-1, 1, 5\}$

4. $A \cap B=\{x \mid 3<x<6\}$

$A \cup B=\{x \mid x>0\}$

5. 解$\begin{cases} y=1-x \\ y=2x-2 \end{cases}$得$\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$

$\therefore A \cap B=\{(x, y) \mid x=1, y=0\}$

P10 **1.** $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$\complement_U A=\{4, 5, 6, 7, 8\}$

$\complement_U B=\{1, 2, 7, 8\}$

2. $\complement_U A=\{x \mid x=2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$

$\complement_U B=\{x \mid x=2k, k \in \mathbf{Z}\}$

3. $\complement_U A=\{x \mid x$ 是非直角三角形$\}$

4. $B \cap C=\{x \mid x$ 是正方形$\}$

$\complement_U A=\{x \mid x$ 是梯形$\}$

5. $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$B=\{2, 3, 5, 7\}$

6. $x^2-2=x$ $x^2-x-2=0$ $(x-2)(x+1)=0$ $x=2$(舍)或 $x=-1$

$\therefore U=\{1, 2, -1\}$, $A=\{1, -1\}$

$\therefore \complement_U A=\{2\}$

7. (1) $A \cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

(2) $A \cap B=\{4, 5\}$

(3) $\complement_U A \cup \complement_U B=\{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10\}$

(4) $\complement_U A \cap \complement_U B=\{9, 10\}$

8. $A \cup B=\{x \mid 2<x<10\}$

$\complement_R(A \cup B)=\{x \mid x \leqslant 2$ 或 $x \geqslant 10\}$

$A \cap B=\{x \mid 3 \leqslant x<7\}$

$\complement_R(A\cap B)=\{x\mid x<3 \text{ 或 } x\geqslant 7\}$

$\complement_R A=\{x\mid x<3 \text{ 或 } x\geqslant 7\}$

$(\complement_R A)\cap B=\{x\mid 2<x<3 \text{ 或 } 7\leqslant x<10\}$

$\complement_R B=\{x\mid x\leqslant 2 \text{ 或 } x\geqslant 10\}$

$A\cup(\complement_R B)=\{x\mid x\leqslant 2 \text{ 或 } 3\leqslant x<7 \text{ 或 } x\geqslant 10\}$

第一单元　集合复习参考题 P12—P13

1. C　**2.** D　**3.** C　**4.** A　**5.** C

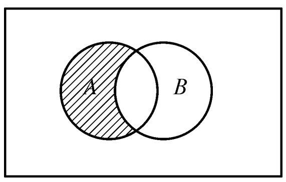
6. (1) $A\cap B=\{x\mid x \text{ 是正方形}\}$

(2) $A\cup B=\{x\mid x \text{ 是菱形}\}$

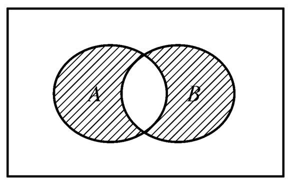
(3) $B\cap C=\{x\mid x \text{ 是平行四边形}\}$

(4) $A\cup C=\{x\mid x \text{ 是矩形}\}$

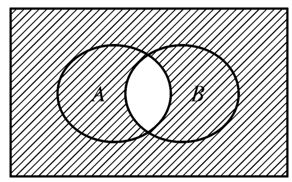
7. (1)



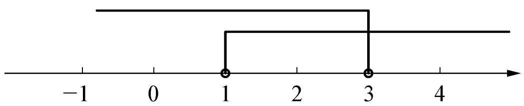
(2)



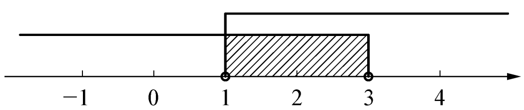
(3)



8.



$A\cup B=R$



$A\cap B=\{x\mid 1<x<3\}$

9. $\begin{cases}a^2=1\\ab=4\end{cases}$或$\begin{cases}a^2=4\\ab=1\end{cases}$

$\begin{cases}a=1\\b=4\end{cases}$或$\begin{cases}a=-1\\b=-4\end{cases}$或$\begin{cases}a=2\\b=\dfrac{1}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}a=-2\\b=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$

10. $3x+1=16$ 或 $x^2=16$

$x=5$ 或 $x=\pm 4$

$\therefore$ $x=5$ 或 $x=4$ 或 $x=-4$

11. (1) $A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cup\varnothing=A$

(2) $A\cap R=A$，$A\cup R=R$

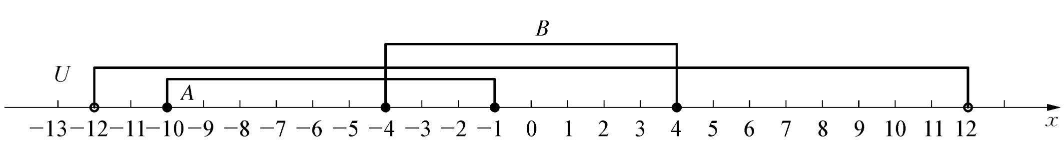
(3) $\complement_U A=\{x\mid x>6\}$

(4) $A\cup\complement_U A=R$，$A\cap\complement_U A=\varnothing$

12. $U=\{x\mid -12<x<12\}$

$A=\{x\mid -10\leqslant x\leqslant -1\}$

$B=\{x\mid -4\leqslant x\leqslant 4\}$



$A\cup B=\{x\mid -10\leqslant x\leqslant 4\}$

$A\cap B=\{x\mid -4\leqslant x\leqslant -1\}$

$A\cap \complement_U B=\{x\mid -10\leqslant x\leqslant -1\}\cap\{x\mid -12<x<-4$ 或 $4<x<12\}=\{x\mid -10\leqslant x<-4\}$

$\complement_U A\cup \complement_U B=\{x\mid -12<x\leqslant -10$ 或 $4<x<12\}$

13. $1-2a=9\quad a=-4$

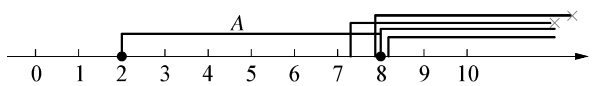
14. $a>0\quad \Delta=4-4a=0\quad a=1$

15. $\begin{cases}3^2-3p+15=0\\3^2+15+9=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}p=8\\q=-24\end{cases}$

16. $B\subseteq A\quad A=\{1,2\}\quad 1\in B\quad 1-a+2=0\quad a=3$

$2\in B\quad 4-2a+2=0\quad a=3$

17.



$a\geqslant 8$

18. 解：设有 x 位同学语文、数学双优，则

$\begin{cases}x\leqslant 5 & ①\\8+5-x\leqslant 10 & ②\end{cases}$

由①知　解集 $M=\{0,1,2,3,4,5\}$

由②知　解集 $N=\{x\mid x\geqslant 3,x\in\mathbf{N}\}$

$\therefore M\cap N=\{3,4,5\}$

$\therefore$ 语文、数学双优的同学人数最少 3 位，最多 5 位.

第二单元　不 等 式

P20　**1.** (1) $\{x\mid -2<x<3\}$

(2) $\{x\mid 0<x<2\}$

(3) $\{x\mid x\geqslant 1$ 或 $x\leqslant -1\}$

(4) $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$

2. (1) $\left\{x\,\middle|\,1<x<\dfrac{3}{2}\right\}$

(2) $\left\{x\,\middle|\,-1<x<\dfrac{4}{3}\right\}$

(3) $\varnothing$

(4) $\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$

3. (1) $\left\{x\,\middle|\,\dfrac{3-\sqrt{69}}{2}\leqslant x\leqslant\dfrac{3+\sqrt{69}}{2}\right\}$

(2) $\varnothing$

(3) $\left\{x\,\middle|\,x>\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}\text{ 或 }x<\dfrac{-3-\sqrt{13}}{2}\right\}$

(4) $\{x\mid x>2+3\sqrt{2}$ 或 $x<2-3\sqrt{2}\}$

4. (1) $\{x\mid x=-2$ 或 $7\}$

(2) $\{x \mid -2 < x < 7\}$

(3) $\{x \mid x > 7$ 或 $x < -2\}$

5. (1) $x^2 - 3x + 2 > 0$

$(x-1)(x-2) > 0$

$x > 2$ 或 $x < 1$

∴ 定义域为$\{x \mid x > 2$ 或 $x < 1\}$

(2) $12 + x - x^2 \geqslant 0$

$x^2 - x - 12 \leqslant 0$

$(x+3)(x-4) \leqslant 0$

$-3 \leqslant x \leqslant 4$

∴ 定义域为 $\{x \mid -3 \leqslant x \leqslant 4\}$

6. 解：设底面矩形的宽为 x cm $(x > 0)$

则长为$(x+10)$cm

∴ $V = (x+10)x \times 20 \geqslant 4\,000$

解得 $x \geqslant 10$ 或 $x \leqslant -20$

∵ $x > 0$

∴ $x \geqslant 10$

∴ 底面矩形的宽至少为 10 cm.

7. $A = \{x \mid -2 < x < -1\}$

$B = \{x \mid x \geqslant 3$ 或 $x \leqslant 1\}$

(1) $A \cap B = \{x \mid -2 < x \leqslant 1\}$

(2) $A \cup B = \{x \mid x \geqslant 3$ 或 $x \leqslant 1\}$

(3) $\complement_U(A \cap B) = \{x \mid x \leqslant -2$ 或 $x > 1\}$

(4) $\complement_U A = \{x \mid x \leqslant -2$ 或 $x \geqslant -1\}$

$\complement_U B = \{x \mid 1 < x < 3\}$

$(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{x \mid x \leqslant -2$ 或 $x \geqslant -1\}$

P23 **1.** (1) $\begin{cases} 2x+1 > 3x-6 & ① \\ 3(x+1) < 5x-7 & ② \end{cases}$

由① $x < 7$

由② $x > 5$

∴ 原不等式组的解集为 $\{x \mid 5 < x < 7\}$

(2) $\begin{cases} 3x+2 > 2(x-1) & ① \\ 4x-3 \leqslant 2x-2 & ② \end{cases}$

由① $x > -4$

由② $x \leqslant \dfrac{1}{2}$

∴ 原不等式组的解集为 $\left\{x \,\middle|\, -4 < x \leqslant \dfrac{1}{2}\right\}$

(3) $\begin{cases} \dfrac{-2x-1}{3} < 1 & ① \\ \dfrac{3x-1}{2} > x + \dfrac{3}{2} & ② \end{cases}$

由① $x > -2$

由② $x>4$

∴ $x>4$

∴ 原不等式组的解集为 $\{x \mid x>4\}$

(4) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}>\dfrac{x+1}{5} & ① \\ \dfrac{2x-1}{5}>\dfrac{x+1}{2} & ② \end{cases}$

由① $x>\dfrac{2}{3}$ 由② $x<-7$ ∴ x 不存在

∴ 原不等式组的解集为$\varnothing$.

2. (1) $-1\leqslant 2x+1\leqslant 1$

$-4\leqslant 2x\leqslant -2$

$-2\leqslant x\leqslant -1$

∴ 原不等式的解集为 $\{x \mid -2\leqslant x\leqslant -1\}$

(2) $6x-1>2$ 或 $6x-1<-2$

$x>\dfrac{1}{2}$ 或 $x<-\dfrac{1}{6}$

∴ 原不等式的解集为$\left\{x \,\middle|\, x>\dfrac{1}{2}\text{ 或 } x<-\dfrac{1}{6}\right\}$

(3) $-13\leqslant 8-3x\leqslant 13$

$-21\leqslant -3x\leqslant 5$

$-\dfrac{5}{3}\leqslant x\leqslant 7$

∴ 原不等式的解集为 $\left\{x \,\middle|\, -\dfrac{5}{3}\leqslant x\leqslant 7\right\}$

(4) $4x+\dfrac{1}{6}\geqslant 3$ 或 $4x+\dfrac{1}{6}\leqslant -3$

$x\geqslant\dfrac{17}{24}$ 或 $x\leqslant -\dfrac{19}{24}$

∴ 原不等式的解集为 $\left\{x \,\middle|\, x\geqslant\dfrac{17}{24}\text{ 或 } x\leqslant -\dfrac{19}{24}\right\}$

3. (1) $\begin{cases} |3x+4|\leqslant 6 & ① \\ |3x+4|\geqslant 1 & ② \end{cases}$

由① $-\dfrac{10}{3}\leqslant x\leqslant\dfrac{2}{3}$

由② $x\geqslant -1$ 或 $x\leqslant -\dfrac{5}{3}$

∴ 原不等式的解集为 $\left\{x \,\middle|\, -1\leqslant x\leqslant\dfrac{2}{3}\text{ 或 } -\dfrac{10}{3}\leqslant x\leqslant -\dfrac{5}{3}\right\}$

(2) $-(2x+1)<3x-4<2x+1$

$\begin{cases} 3x-4<2x+1 & ① \\ 3x-4>-(2x+1) & ② \end{cases}$

由① $x<5$

由② $x>\dfrac{3}{5}$

$\therefore \frac{3}{5} < x < 5$

$\therefore$ 原不等式的解集为 $\left\{x \middle| \frac{3}{5} < x < 5\right\}$

P25 **1.** (1) ✓ (2) ✓

2. (1) $\begin{cases} x^2 - x - 2 < 4 & ① \\ x^2 - x - 2 > 0 & ② \end{cases}$

由① $-2 < x < 3$

由② $x > 2$ 或 $x < -1$

$\therefore 2 < x < 3$ 或 $-2 < x < -1$

$\therefore$ 原不等式解集为 $\{x \mid 2 < x < 3$ 或 $-2 < x < -1\}$

(2) $\begin{cases} x^2 - 5x - 6 < 2x & ① \\ x^2 - 5x - 6 > -2 & ② \end{cases}$

由① $\frac{7-\sqrt{73}}{2} < x < \frac{7+\sqrt{73}}{2}$

由② $x > \frac{5+\sqrt{41}}{2}$ 或 $x < \frac{5-\sqrt{41}}{2}$

$\therefore \frac{5+\sqrt{41}}{2} < x < \frac{7+\sqrt{73}}{2}$ 或 $\frac{7-\sqrt{73}}{2} < x < \frac{5-\sqrt{41}}{2}$

$\therefore$ 原不等式的解集为 $\left\{x \middle| \frac{5+\sqrt{41}}{2} < x < \frac{7+\sqrt{73}}{2} \text{ 或 } \frac{7-\sqrt{73}}{2} < x < \frac{5-\sqrt{41}}{2}\right\}$

3. (1) $\begin{cases} 4x^2 - 10x - 3 < 3 & ① \\ 4x^2 - 10x - 3 > -3 & ② \end{cases}$

由① $4x^2 - 10x - 6 < 0$

$-\frac{1}{2} < x < 3$

由② $x > \frac{5}{2}$ 或 $x < 0$

$\therefore -\frac{1}{2} < x < 0$ 或 $\frac{5}{2} < x < 3$

$\therefore$ 原不等式解集为 $\left\{x \middle| -\frac{1}{2} < x < 0 \text{ 或 } \frac{5}{2} < x < 3\right\}$

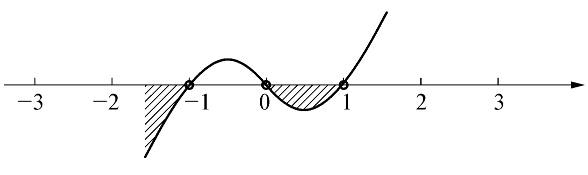
(2) $5x - x^2 > 6$ 或 $5x - x^2 < -6$

$x^2 - 5x + 6 < 0$ 或 $x^2 - 5x - 6 > 0$

$2 < x < 3$ 或 $x > 6$ 或 $x < -1$

$\therefore$ 原不等式解集为 $\{x \mid 2 < x < 3$ 或 $x > 6$ 或 $x < -1\}$

4. 解：$\frac{1}{x} - x > 0$



$\frac{1-x^2}{x} > 0$

$x(x^2 - 1) < 0$

$x(x+1)(x-1) < 0$

$\therefore$ 原不等式解集为 $\{x \mid x < -1$ 或 $0 < x < 1\}$

5. 解：要使函数有意义，则

$$\begin{cases}x^2+x-12\geqslant 0 & ①\\ 49-x^2\geqslant 0 & ②\end{cases}$$

由① $x\geqslant 3$ 或 $x\leqslant -4$

由② $-7\leqslant x\leqslant 7$

$\therefore 3\leqslant x\leqslant 7$ 或 $-7\leqslant x\leqslant -4$

$\therefore$ 函数的定义域为 $\{x \mid 3\leqslant x\leqslant 7$ 或 $-7\leqslant x\leqslant -4\}$

P28 **1.** 证明：$\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2-\dfrac{a^2+b^2}{2}$

$$=\frac{a^2+b^2+2ab}{4}-\frac{a^2+b^2}{2}$$

$$=\frac{a^2+b^2+2ab-2a^2-2b^2}{4}$$

$$=\frac{-(a^2-2ab+b^2)}{4}$$

$$=-\frac{(a-b)^2}{4}$$

$\because (a-b)^2\geqslant 0$ $\therefore -\dfrac{(a-b)^4}{4}\leqslant 0$

$\therefore \left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2\leqslant\dfrac{a^2+b^2}{2}$

2. 证明：$\because a>0$，$b>0$，$a\neq b$

$\therefore a+b>2\sqrt{ab}$

$\therefore \dfrac{2\sqrt{ab}}{a+b}<1$

$\therefore \dfrac{2ab}{a+b}<\sqrt{ab}$

3. 证明：(1) $\because x>0$，$y>0$

$\therefore x+\dfrac{1}{x}\geqslant 2\sqrt{x\cdot\dfrac{1}{x}}=2$

当且仅当 $x=\dfrac{1}{x}$ 即 $x=1$ 时取“=”

(2) $\because x>0$，$y>0$

$\therefore \dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}\geqslant 2\sqrt{\dfrac{y}{x}\cdot\dfrac{x}{y}}=2$

当且仅当 $\dfrac{x}{y}=\dfrac{y}{x}$ 即 $x=y$ 时取“=”

4. $\because x\neq 0$

$\therefore x^2>0$

$\therefore x^2+\dfrac{81}{x^2}\geqslant 2\sqrt{x^2\cdot\dfrac{81}{x^2}}=2\times 9=18$

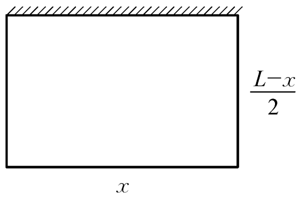
当且仅当 $x^2=\dfrac{81}{x^2}$ 即 $x=\pm 3$ 时，$x^2+\dfrac{81}{x^2}$最小，最小值是 18.

5. $\because x>0 \quad \therefore 3x+\frac{4}{x}\geqslant 2\sqrt{3x\cdot\frac{4}{x}}=4\sqrt{3}$

$\therefore 2-3x-\frac{4}{x}=2-\left(3x+\frac{4}{x}\right)\leqslant 2-4\sqrt{3}$

当且仅当 $3x=\frac{4}{x}$ 即 $x=\frac{2}{3}\sqrt{3}$ 时，$2-3x-\frac{4}{x}$ 有最大值，最大值为 $2-4\sqrt{3}$

6.



$S=x\cdot\frac{L-x}{2}=\frac{1}{2}x\cdot(L-x)$

$\because x>0,\ L-x>0$

$\therefore x\cdot(L-x)\leqslant\frac{(x+L-x)^2}{2}=\frac{L^2}{2}$

当且仅当 $x=L-x$ 即 $x=\frac{L}{2}$ 时，$S_{\max}=\frac{L^2}{4}$

7. 解：设污水池的宽为 x m，则长为 $\frac{200}{x}$ m

总造价为 y 元，则

$y=\left(\frac{200}{x}\times 2+2x\right)\times 400+2x\times 248+200\times 80$

$=\frac{160\,000}{x}+1\,296x+16\,000$

$\because x>0$

$\therefore y\geqslant 2\sqrt{\frac{160\,000}{x}\times 1\,296x}+16\,000=14\,400+16\,000$

$=30\,400$

当且仅当 $\frac{160\,000}{x}=1\,296x$ 即 $x=\frac{100}{9}$ 时，$y_{\min}=30\,400$

第二单元　不等式复习参考题 P29—P31

1. $\because |a|\geqslant 0 \quad \therefore |x-2|>-1$ 恒成立

$\therefore$ 选 D

2. $\because 0<a<1 \quad \therefore \frac{1}{a}>1$

$\therefore a<x<\frac{1}{a}$

$\therefore$ 选 A

3. $(1-x)(4x-3)\leqslant 0\Rightarrow(x-1)(4x-3)\geqslant 0\Rightarrow x\geqslant 1$ 或 $x<\frac{3}{4}$ 且 $4x-3\neq 0$

$\therefore$ 选 C

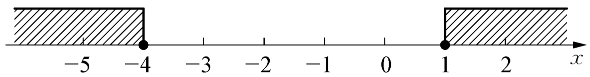
4. A

5. (1) $2x+3\geqslant 5$ 或 $2x+3\leqslant -5$

$2x\geqslant 2$ 或 $2x\leqslant -8$

$x\geqslant 1$ 或 $x\leqslant -4$

$\therefore$ 解集为 $\{x\mid x\geqslant 1$ 或 $x\leqslant -4\}$

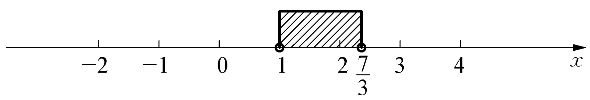


(2) $-2<5-3x<2$

$-7<-3x<-3$

$1<x<\frac{7}{3}$

$\therefore$ 解集为 $\left\{x\middle|1<x<\frac{7}{3}\right|$



6. (1) $(x-4)(x+6)\leqslant 0$

$-6\leqslant x\leqslant 4$

$\therefore$ 解集为$\{x\mid -6\leqslant x\leqslant 4\}$

(2) $x^2-4x+5=(x-2)^2+1\geqslant 1$

$\therefore$ 解集为$\varnothing$

(3) $(x-2)(2x+3)>0$

$x>2$ 或 $x<-\frac{3}{2}$

$\therefore$ 解集为 $\left\{x\middle|x>2\text{ 或 }x<-\frac{3}{2}\right\}$

(4) $(2x+1)^2\geqslant 0$

$\therefore$ $2x+1\neq 0$ 时$(2x+1)^2>0$

$\therefore$ $x\neq -\frac{1}{2}$

$\therefore$ 解集为 $\left\{x\middle|x\neq -\frac{1}{2}\right\}$

7. (1) $x^2-x-2>0$

$(x-2)(x+1)>0$

$x>2$ 或 $x<-1$

$\therefore$ 定义域为 $\{x\mid x>2$ 或 $x<-1\}$

(2) $\frac{x-4}{x+4}\geqslant 0$

$\Rightarrow(x-4)(x+4)\geqslant 0$ 且 $x+4\neq 0$

$\therefore$ $x\geqslant 4$ 或 $x<-4$

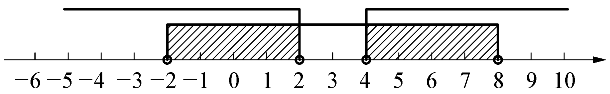
$\therefore$ 定义域为$\{x\mid x\geqslant 4$ 或 $x<-4\}$

8. (1) $\begin{cases}|x-3|<5 & ①\\ |x-3|>1 & ②\end{cases}$

由①得　$-2 < x < 8$

由②得　$x-3>1$ 或 $x-3<-1$

$x>4$ 或 $x<2$



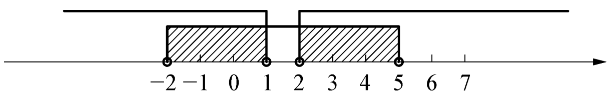
解集为 $\{x \mid -2<x<2$ 或 $4<x<8\}$

(2) $-6<x^2-3x-4<6$

$$\begin{cases} x^2-3x-10<0 & ① \\ x^2-3x+2>0 & ② \end{cases}$$

由①得　$-2<x<5$

由②得　$x>2$ 或 $x<1$



解集为 $\{x \mid -2<x<1$ 或 $2<x<5\}$

9. 解：设售价上涨 x 元，获得的利润 y 元

$y=(50+x-40)(50-x)=-(x-20)^2+900 \leqslant 900$

当 $x=20$ 时，$y_{\max}=900$ 元

此时该商品的最佳售价为 70 元，利润最大为 900 元

10. 解：设该植物种在山区高度为 x 米

则 $18 \leqslant 22-(0.55 \times x) \div 100 \leqslant 20$

$$\frac{4\,000}{11} \leqslant x \leqslant \frac{8\,000}{11}$$

∴ 该植物种在高度是 $\frac{4\,000}{11}$ 米至 $\frac{8\,000}{11}$ 米之间的山上为宜

11. $kx^2-(k-8)x+1>0$

① $k>0$，$\Delta<0$

$\Delta=[-(k-8)]^2-4k<0$

∴ $4<k<16$

② $k=0$，$x>-\frac{1}{8}$ 舍

综上 $4<k<16$

12. $y=(x+2)+\dfrac{16}{x+2}-2$

∵ $x>-2$

∴ $x+2>0$

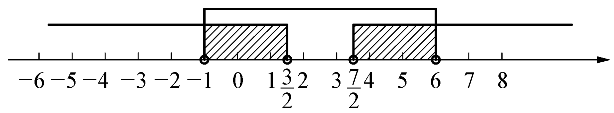
∴ $y \geqslant 2\sqrt{(x+2) \cdot \dfrac{16}{x+2}}-2=6$

当且仅当 $x+2=\dfrac{16}{x+2}$ 即 $x=2$ 时 $y_{\min}=6$

13. (1) $\begin{cases} |2x-5|<7 & ① \\ |2x-5|>2 & ② \end{cases}$

由①得　$-1 < x < 6$

由②得　$x > \frac{7}{2}$ 或 $x < \frac{3}{2}$



解集为 $\left\{x \middle| -1 < x < \frac{3}{2} \text{ 或 } \frac{7}{2} < x < 6\right\}$

(2) $x^2 - 3x > 4$ 或 $x^2 - 3x < -4$

$x^2 - 3x - 4 > 0$ 或 $x^2 - 3x + 4 < 0$

$(x-4)(x+1) > 0$

$x > 4$ 或 $x < -1$

解集为$\{x \mid x > 4$ 或 $x < -1\}$

14. $\because x > 0,\ y > 0$

$\therefore 2x + y \geqslant 2\sqrt{2x \cdot y} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{xy} = 4$

当且仅当 $2x = y$ 即 $x = 1,\ y = 2$ 时 $2x + y$ 有最小值 4

15. $\lg x + \lg y = \lg(xy) = 2 \quad \therefore xy = 100$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geqslant 2\sqrt{\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}} = 2\sqrt{\frac{1}{xy}} = 2 \times \frac{1}{10} = \frac{1}{5}$

当且仅当$\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$ 即 $x = y = 10$ 时,$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 有最小值$\frac{1}{5}$

16. 解:$y = 3 - \left(3x + \frac{1}{x}\right)$

$\because x > 0$

$\therefore 3x + \frac{1}{x} \geqslant 2\sqrt{3x \cdot \frac{1}{x}} = 2\sqrt{3}$

当且仅当 $3x = \frac{1}{x}$ 即 $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 时 $y_{\max} = 3 - 2\sqrt{3}$

$y \leqslant 3 - 2\sqrt{3}$

17. 解:① $a > 1$ 时,$\frac{3}{4} > a$ 舍去

② $0 < a < 1$ 时,$\frac{3}{4} < a$

$\therefore 0 < a < \frac{3}{4}$

综上 $0 < a < \frac{3}{4}$

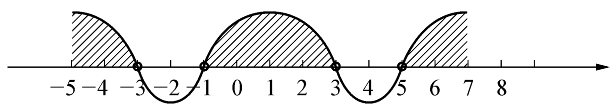
18. 解:原不等式变形为 $\frac{3x^2 - 4x - 23}{x^2 - 9} - 2 > 0$

$\frac{3x^2 - 4x - 23 - 2(x^2 - 9)}{x^2 - 9} > 0$

$\frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 9} > 0$

$(x^2-4x-5)(x^2-9)>0$

$(x-5)(x+1)(x+3)(x-3)>0$

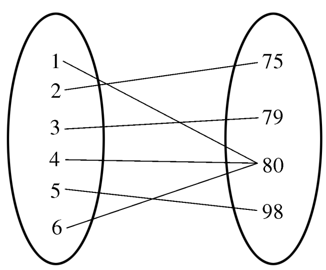


∴ 原不等式的解集为$\{x \mid x<-3$ 或 $-1<x<3$ 或 $x>5\}$

第三单元　函　　数

ex3－1(P37)

解：**1.**



2. (1) 是；(2) 不是，因为 $2\times5=10$ 不在 B 之中.

3. (1) $4x+7\neq0$

$x\neq-\dfrac{7}{4}$

∴ 定义域为 $\left\{x\,\middle|\,x\neq-\dfrac{7}{4}\right\}$

(2) $\begin{cases}1-x\geqslant0\\x+3\geqslant0\end{cases}$　∴ $-3\leqslant x\leqslant1$

∴ 此函数的定义域为 $\{x\mid -3\leqslant x\leqslant1\}$

4. (1) 是，因为两函数的定义域，对应法则和值域(函数三要素)均相同.

(2) 不是，因为 $f(x)=1$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，而 $g(x)=x^{\circ}$ 的定义域为 $\{x\mid x\neq0\}$.

5. $f(0)=0-0^2=0$，$f(1)=1-1^2=0$，$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$，$f(n+1)-f(n)=[(n+1)-(n+1)^2]-(n-n^2)=-2n$.

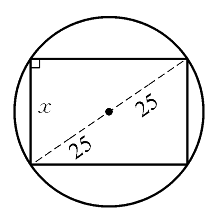
6. (1) ∵ $f(1)=1^2+1=2$，$f(2)=2^2+2=6$，$f(3)=3^2+3=9$，∴ 值域为$\{2,6,9\}$.

(2) ∵ $f(x)=(x-1)^2-1\geqslant-1$，∴ 此函数的值域为 $\{x\mid x\geqslant-1\}$.

(3) ∵ $f(1)=1+1=2$，$f(2)=2+1=3$，∴ 此函数的值域为 $\{y\mid 2<y\leqslant3\}$.

ex3－2(P39)

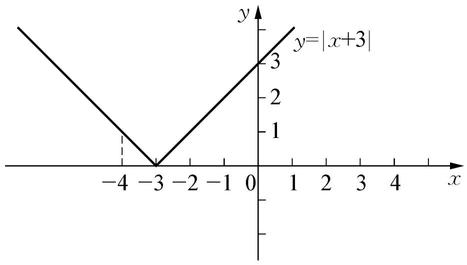
解：**1.** 观图可知：矩形的另一边长为$\sqrt{50^2-x^2}$



∴ $y=x\sqrt{2\,500-x^2}$　$(0<x<50)$

2. $y=\begin{cases}x+3, & x\geqslant-3\\-x-3, & x<-3.\end{cases}$

∴ 图像为



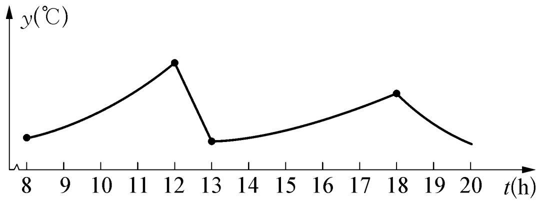
3. (1)与 D,(2)与 A,(3)与 B 吻合得最好.

图像 C 可描述为：不明去上学,出发后担心迟到快速行进,后发现时间充足,降速行进.

(此题答案不唯一)

ex3－3(P44)

解：**1.** 如图所示：



函数的单调递增区间：[8:00，12:00],[13:00，18:00]；

函数的单调递减区间：[12:00，13:00],[18:00，20:00].

2. 证：任取 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ 且 $x_1 < x_2$　则 $x_1 - x_2 < 0$，$x_1 + x_2 > 0$

∵ $f(x_1) - f(x_2) = (x_1^2 - 1) - (x_2^2 - 1) = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) < 0$

∴ $f(x_1) < f(x_2)$

∴ 函数 $f(x) = x^2 - 1$ 在$(0, +\infty)$上是增函数.

3. 证：任取 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0)$ 且 $x_1 < x_2$,则 $x_1 - x_2 < 0$，$x_1 \cdot x_2 > 0$

∵ $f(x_1) - f(x_2) = -\dfrac{1}{x_1} - \left(-\dfrac{1}{x_2}\right) = \dfrac{1}{x_2} - \dfrac{1}{x_1} = \dfrac{x_1 - x_2}{x_1 x_2} < 0$

∴ $f(x_1) < f(x_2)$

∴ 函数 $f(x) = -\dfrac{1}{x}$ 在$(-\infty, 0)$上是增函数.

4. 证：任取 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$,且 $x_1 < x_2$,则 $x_2 - x_1 > 0$

∵ $f(x_1) - f(x_2) = (-2x_1 + 1) - (-2x_2 + 1) = 2(x_2 - x_1) > 0$

∴ $f(x_1) > f(x_2)$

∴ 函数 $f(x) = -2x + 1$ 在 **R** 上是单调减函数.

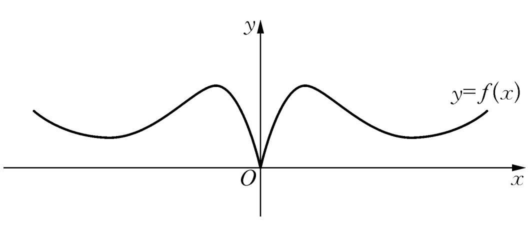
5. 图像(略),最小值.

6. 解：∵ $f(x) = -x^2 + 2x = -(x-1)^2 + 1$ 且 $1 \in [0; 10]$

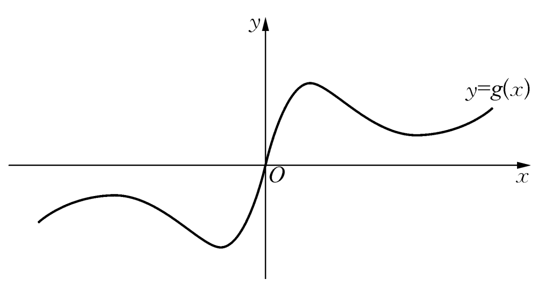
∴ $f_{\max}(x) = 1$,此时 $x = 1$；$f_{\min}(x) = -80$,此时 $x = 10$.

练习(P47)

1.



(1)



(2)

2. (1) $\because$ $y=x^2-1$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,关于原点对称,且 $f(-x)=(-x)^2-1=x^2-1=f(x)$

$\therefore$ $y=x^2-1$ 在 $\mathbf{R}$ 上是偶函数.

(2) $\because$ $y=x^3-3x$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,关于原点对称,且 $f(-x)=(-x)^3-3(-x)=-x^3+3x=-(x^3-3x)=-f(x)$

$\therefore$ $y=x^3-3x$ 在 $\mathbf{R}$ 上是奇函数.

(3) $\because$ $f(1)=0$, $f(-1)=4$

$\therefore$ $f(1)\neq f(-1)$ 且 $f(1)\neq -f(-1)$

$\therefore$ $y=x^2-2x+1$ 在 $\mathbf{R}$ 上是非奇非偶函数.

(4) $\because$ $y=\dfrac{x^4-1}{x^2}$ 的定义域为 $(-\infty, 0)\cup(0, +\infty)$,关于原点对称且 $f(-x)=\dfrac{(-x)^4-1}{(-x)^2}=\dfrac{x^4-1}{x^2}=f(x)$

$\therefore$ $y=\dfrac{x^4-1}{x^2}$ 在$(-\infty, 0)\cup(0, +\infty)$ 上是偶函数.

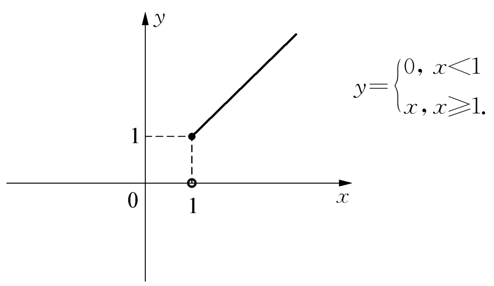
复习参考题

A 组 P48

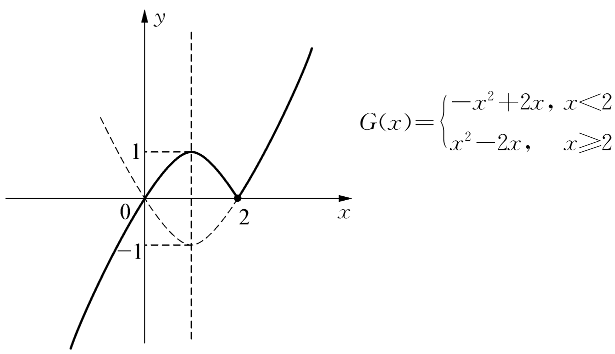
1. 略

2. 解:(1) 是 (2) 是 (3) 是

3. 解:



(1)



(2)

4. 解:(1) $3x+5\geqslant 0$

$x\geqslant -\dfrac{5}{3}$

$\therefore$ 此函数的定义域为$\left[-\dfrac{5}{3}, +\infty\right)$.

(2) $\begin{cases}x+1\geqslant 0\\ x+2\neq 0\end{cases}$ $\therefore$ $x\geqslant -1$

$\therefore$ 此函数的定义域为$[-1, +\infty)$.

(3) $3-2x>0$

$x<\dfrac{3}{2}$

$\therefore$ 此函数的定义域为$\left(-\infty, \dfrac{3}{2}\right)$.

(4) $\begin{cases}x-1\geqslant 0\\ x-4\neq 0\end{cases}$ $\therefore$ $x\geqslant 1$ 且 $x\neq 4$

∴ 此函数的定义域为$[1,4)\cup(4,+\infty)$.

5. 证明：(1) ∵ $f(-x)=\dfrac{1+(-x)^2}{1-(-x)^2}=\dfrac{1+x^2}{1-x^2}=f(x)$

∴ $f(-x)=f(x)$.

(2) $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{1+\left(\dfrac{1}{x}\right)^2}{1-\left(\dfrac{1}{x}\right)^2}=\dfrac{\dfrac{x^2+1}{x^2}}{\dfrac{x^2-1}{x^2}}=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}=-\dfrac{1+x^2}{1-x^2}=-f(x)$

∴ $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=-f(x)$.

6. 解：(1) $f(a+1)=\dfrac{1-(a+1)}{1+(a+1)}=\dfrac{-a}{a+2}=-\dfrac{a}{a+2}$.

(2) $f(a)+1=\dfrac{1-a}{1+a}+1=\dfrac{1-a+(1+a)}{1+a}=\dfrac{2}{a+1}$.

7. 解：当$2x+3=-1$时，$x=-2$；当$2x+3=2$时，$x=-\dfrac{1}{2}$；当$2x+3=5$时，$x=1$；当$2x+3=8$时，$x=\dfrac{5}{2}$.

∴ 此时，函数的定义域为$\left\{-2,-\dfrac{1}{2},1,\dfrac{5}{2}\right\}$.

8. 解：(1) $y=f(x)$在$\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right]$上是增函数，$y=f(x)$在$\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$上是减函数.

(2) $y=-\sqrt{x}$在$[0,+\infty)$上是减函数.

B组 P49

1. 解：设$\sqrt{x}+1=t$，则$x=(t-1)^2$

$f(t)=[(t-1)^2]^2+2(t-1)^2-3=t^4-4t^3+8t^2-8t$

∴ $f(x)=x^4-4x^3+8x^2-8x$.

2. 解：∵ $y=\dfrac{x^4-5}{ax^5+bx^2+c}$为奇函数且$x^4-5$为偶函数

∴ ax^5+bx^2+c为奇函数

∴ $b=c=0$

∴ $y=\dfrac{x^4-5}{ax^5}$

把$(1,-4)$代入得，$-4=\dfrac{-4}{a}$ ∴ $a=1$

∴ $a^2+b^2+c^2=1$

第四单元　指数函数与对数函数

练习(P56)

1. 解：$a^{\frac{1}{5}}=\sqrt[5]{a}$，$a^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{a^3}$，$a^{-\frac{3}{5}}=\dfrac{1}{\sqrt[5]{a^3}}$，$a^{-\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$.

2. 解：(1) $\sqrt[3]{x^2}=x^{\frac{2}{3}}$，(2) $\sqrt[4]{(a+b)^3}=(a+b)^{\frac{3}{4}}$，(3) $\sqrt[3]{m^2+n^2}=(m^2+n^2)^{\frac{1}{3}}$，(4) $\sqrt[5]{y^3}=y^{\frac{3}{5}}$.

3. 解：(1) $25^{\frac{1}{2}}=(5^2)^{\frac{1}{2}}=5$；(2) $27^{\frac{2}{3}}=(3^3)^{\frac{2}{3}}=3^2=9$；(3) $49^{-\frac{3}{2}}=7^{2\times\left(-\frac{3}{2}\right)}=7^{-3}=\dfrac{1}{343}$；

(4) $\left(\dfrac{25}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}=\left(\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-2}\right)^{-\frac{3}{2}}=\dfrac{8}{125}$.

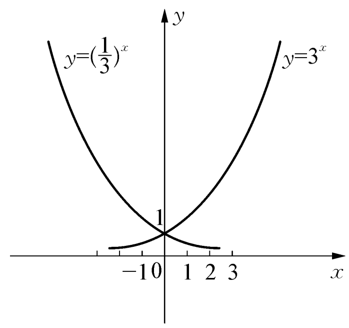
4. 解：

(1) 原式 $=a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{3}{8}}=a^{\frac{3}{8}}$　(2) 原式 $=(x^{\frac{1}{2}})^6\cdot(y^{-\frac{1}{3}})^6=x^3y^{-2}=\dfrac{x^3}{y^2}$

练习(P59)

1. 解：列表

x	-2	-1	0	1	2
3^x	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9
$\left(\frac{1}{3}\right)^x$	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$



2. 解：(1) $x\neq 0$

$\therefore$ 定义域为 $\{x\mid x\neq 0\}$.

(2) $x-1\geqslant 0$

$x\geqslant 1$

$\therefore$ 定义域为 $[1,+\infty)$.

(3) 定义域为 **R**.

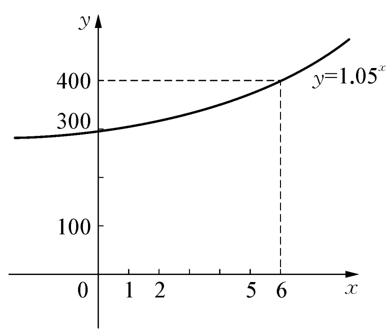
(4) $2-x\neq 0$

$x\neq 2$

定义域为 $(-\infty,2)\cup(2,+\infty)$.

3. 解：$y=1.05^x$

观图可知，大约经过 6 年.



4. 解：(1) 考察 $y=3^x$

$\because 3>1$

$\therefore y=3^x$ 在 **R** 上是增函数

$\because 0.8>0.7$

$\therefore 3^{0.8}>3^{0.7}$

(2) 考察 $y=0.75^x$

$\because 0<0.75<1$

$\therefore y=0.75^x$ 在 **R** 上是减函数

$\because -0.1<0.1$

$\therefore 0.75^{-0.1}>0.75^{0.1}$

(3) 考察 $y=1.01^x$

$\because 1.01>1$

$\therefore y=1.01^x$ 在 **R** 上是增函数

$\because 2.7<3.5$

$\therefore 1.01^{2.7} < 1.01^{3.5}$

(4) 考察 $y=0.99^x$

$\because 0<0.99<1$

$\therefore y=0.99^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数

$\because 3.3<4.5$

$\therefore 0.99^{3.3} > 0.99^{4.5}$

5. 解：(1) $m<n$；(2) $m<n$；(3) $m>n$；(4) $m>n$.

6. 解：(1) $y=10\times 1.012^x$

(2) 当 $x=5$ 时 $y=10.6$

(3) 设 $10\times a^{10}\leqslant 15$

$a^{10}\leqslant \frac{3}{2}$

$a\leqslant 1.04$

$a-1\leqslant 0.04$

答：年增长率应控制在 4%以内.

练习(P62)

解：**1.** (1) $3=\log_2 8$；(2) $\log_2 32=5$；(3) $\log_2 \frac{1}{2}=-1$；(4) $\log_{27} \frac{1}{3}=-\frac{1}{3}$.

2. (1) $3^2=9$；(2) $5^3=125$；(3) $2^{-2}=\frac{1}{4}$；(4) $3^{-4}=\frac{1}{81}$.

3. (1) 2；(2) -4；(3) 2；(4) -2；(5) 4；(6) -4.

4. (1) 1；(2) 0；(3) 2；(4) 2.

练习(P64)

解：**1.** (1) $\lg x+\lg y+\lg z$　(2) $\lg x+2\lg y-\lg z$　(3) $\lg x+3\lg y-\frac{1}{2}\lg z$

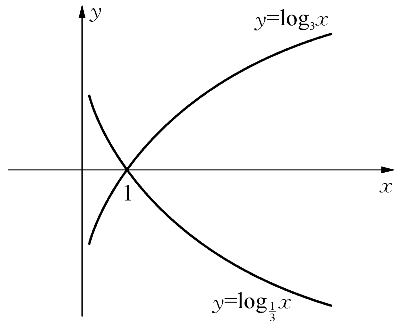
(4) $\frac{1}{2}\lg x-2\lg y-\lg z$

2. (1) 7　(2) 4　(3) -5　(4) $\frac{2}{3}$

3. (1) 原式 $=\log_2 \frac{6}{3}=\log_2 2=1$；(2) 原式 $=\lg 5+\lg 2=\lg 10=1$；

(3) 原式 $=\log_5\left(3\times\frac{1}{3}\right)=\log_5 1=0$；(4) 原式 $=\log_3 \frac{5}{15}=\log_3 3^{-1}=-1$.

练习(P67)



解：**1.** 相同点：

定义域为 $(0,+\infty)$，值域为 $\mathbf{R}$，且过 $(1,0)$.

不同点：

$y=\log_3 x$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，

$y=\log_{\frac{1}{3}} x$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数.

2. (1) $\because 1-x>0$

$\therefore x < 1$

$\therefore$ 定义域为$(-\infty, 1)$.

(2) $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x \neq 0 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

$\therefore$ 定义域为 $\{x \mid x > 0$ 且 $x \neq 1\}$.

(3) $\dfrac{1}{3-x} > 0$

$1-3x > 0$

$x < \dfrac{1}{3}$

$\therefore$ 定义域为$\left(-\infty, \dfrac{1}{3}\right)$.

(4) $\because \log_3 x \geqslant 0$

$\therefore x \geqslant 1$

$\therefore$ 定义域为$[1, +\infty)$.

3. (1) 考察 $y=\log_{10} x$

$\because 10>1$

$\therefore y=\log_{10} x$ 在$(0, +\infty)$ 上是增函数

$\because 6<8$

$\therefore \log_{10} 6 < \log_{10} 8$.

(2) 考察 $y=\log_{0.5} x$

$\because 0 < 0.5 < 1$

$\therefore y=\log_{0.5} x$ 在$(0, +\infty)$ 上是减函数

$\because 6 > 4$

$\therefore \log_{0.5} 6 < \log_{0.5} 4$.

(3) 考察 $y=\log_{\frac{2}{3}} x$

$\because 0 < \dfrac{2}{3} < 1$

$\therefore \log_{\frac{2}{3}} x$ 在$(0, +\infty)$ 上是减函数

$\because 0.5 < 0.6$

$\therefore \log_{\frac{2}{3}} 0.5 > \log_{\frac{2}{3}} 0.6$.

(4) 考察 $y=\log_{1.5} x$

$\because 1.5 > 1$

$\therefore y=\log_{1.5} x$ 在$(0, +\infty)$ 上是增函数

$\because 1.6 > 1.4$

$\therefore \log_{1.5} 1.6 > \log_{1.5} 1.4$

复习参考题(P69)

A 组

1. D **2.** B **3.** D **4.** A **5.** C **6.** A **7.** D

8. 解：(1) $\log_a 1=0$；(2) $\log_a a=1$；(3) $\log_a N=3$；(4) $\log_a M=\frac{2}{3}$.

9. 解：(1) $a^b=M$；(2) $a^{\frac{3}{5}}=\sqrt[5]{a^3}$；(3) $a^6=64$；(4) $a^5=xy$.

10. 解：原式 $=(1-\lg 5)^3+3\lg 2\lg 5+(\lg 5)^3$

$=1-3\lg 5+3(\lg 5)^2-(\lg 5)^3+3\lg 2\lg 5+(\lg 5)^3$

$=1-3\lg 5+3\lg 5(\lg 2+\lg 5)$

$=1$

11. 解：(1) $4+3x>0$

$x>-\frac{4}{3}$

∴ 定义域为 $\left(-\frac{4}{3},+\infty\right)$.

(2) $4^x-16\geqslant 0$

$x\geqslant 2$

∴ 定义域为 $[2,+\infty)$.

12. 解：(1) $\lg 6=\lg 2+\lg 3=0.3010+0.4771=0.7781$

(2) $\lg 4=2\lg 2=2\times 0.3010=0.6020$

(3) $\lg 12=2\lg 2+\lg 3=0.6020+0.4771=1.0791$

(4) $\lg \frac{3}{2}=\lg 3-\lg 2=0.4771-0.3010=0.1761$

B组

13. 解：(1) $\left(\frac{5}{2}\right)^{0.9}>\left(\frac{5}{2}\right)^{0.6}$　(2) $\left(\frac{5}{6}\right)^{-0.2}>\left(\frac{5}{6}\right)^{0.3}$

(3) $1.001^{1.7}<1.001^{1.8}$　(4) $0.99^{3.3}>0.99^{4.4}$

14. 解：(1) $3x+1=-2x$

$x=-\frac{1}{5}$

(2) case 1：当 $a>1$ 时

$3x+1>-2x$

$x>-\frac{1}{5}$

case 2：当 $0<a<1$ 时

$3x+1<-2x$

$x<-\frac{1}{5}$

15. 解：$y=a(1+r)^x$

当 $a=1\,000$，$r=2.25\%$ 时

$y=1\,118$

答：5 期后，本利和约为 1 118 元.

16. 解：$\log_2 3=m$，$\log_2 5=n$，

$\log_2 450=\log_2 2+2\log_2 3+2\log_2 5=1+2m+2n$

17. 解：(1) $\log_5 7.8<\log_5 7.9$；(2) $\log_{0.3}3<\log_{0.3}2$；(3) $\ln 0.32<0<\lg 2$

18. 解：设 2012 年的 GDP 为 a，经过 x 年后，总产值为 y，则

$y=a(1+7\%)^x$

$4a=a(1+7\%)^x$

$x\approx 20$

答：约 20 年后，我国 GDP 在 2012 年的基础上翻两番.

C 组

19. 解：$\because$ $y=a^x$ 恒过 $(0, 1)$

$\therefore$ 当 $2x+b=0$ 时，$a^{2x+b}=1$

此时 $a^{2x+b}+1=2$

$\therefore$ $y=a^{2x+b}+1$ 恒过$(1, 2)$

$\therefore$ $2\times 1+b=0$

$\therefore$ $b=-2$

20. 解：设 $t=2^x$

$\because$ $0\leqslant x\leqslant 2$

$\therefore$ $1\leqslant 2^x\leqslant 4$

$\therefore$ $y=\dfrac{1}{2}t^2-at-\dfrac{a^2}{2}+1$, $t\in[1, 4]$

$y=\dfrac{1}{2}(t-a)^2+1$

1°当 $a\leqslant 1$ 时

$y_{\min}=y(1)=\dfrac{a^2}{2}-a+\dfrac{3}{2}$, $y_{\max}=y(4)=\dfrac{a^2}{2}-4a+9$

2°当 $1\leqslant a\leqslant 2.5$ 时

$y_{\min}=y(a)=1$, $y_{\max}=y(4)=\dfrac{a^2}{2}-4a+9$

3°当 $2.5\leqslant a\leqslant 4$ 时

$y_{\max}=y(1)=\dfrac{a^2}{2}-a+\dfrac{3}{2}$, $y_{\min}=y(a)=1$

4°当 $a\geqslant 4$ 时

$y_{\max}=y(1)=\dfrac{a^2}{2}-a+\dfrac{3}{2}$, $y_{\min}=y(4)=\dfrac{a^2}{2}-4a+9$.

21. 解：$\because$ $f(x)=2+\log_3 x$

$\therefore$ $[f(x)]^2+f(x^2)=(\log_3 x)^2+6\log_3 x+6$

$\because$ $x\in[1, 9]$

$\therefore$ $\log_3 x\in[0, 2]$

设 $\log_3 x=t$，则 $t\in[0, 2]$

且 $F(t)=(t+3)^2-3$

$\therefore$ $F_{\max}(t)=F_{(2)}=22$, $F_{\min}(t)=F_{(0)}=6$.

第五单元　数　　列

练习(P74)

一、选择题

1. D　**2.** C

二、填空题

1. $\frac{1}{25}$； **2.** 9； **3.** 5，-5，5，-5，5；

4.

n	1	2	…	5	…	19	…	n
a_n	2	6	…	30	…	380	…	$n(n+1)$

5. (1) 8、64；(2) 1.36；(3) $-\frac{1}{3}$、$-\frac{1}{7}$；(4) $\sqrt{3}$、$\sqrt{6}$.

6. (1) $\frac{1}{2}$、3、13、53、213；(2) $-\frac{1}{4}$、5、$\frac{4}{5}$、$-\frac{1}{4}$、5.

三、解答题

解：**1.** 前 5 项为 1，2，3，5，8；$S_5=1+2+3+5+8=19$.

2. 前 3 项为 3，4，3.

∵ $a_n=-n^2+4n=-(n-2)^2+4$

∴ $\{a_n\}$中的第 2 项最大，为 4.

练习(P79)

1. (1) 是；(2) 否；(3) 否；(4) 是；(5) 否；(6) 是.

2. (1) 0；(2) $2\sqrt{2}-1$；(3) 24，17.

3. 解：(1) $\frac{100+180}{2}=140$

∴ 等差中项为 140.

(2) $\frac{-2+6}{2}=2$

∴ 等差中项为 2.

4. 解：(1) $a_{10}=2+9\times 3=31$；　(2) $21=3+(n-1)\times 2$，∴ $n=10$；

(3) $27=12+5d$，∴ $d=3$；　(4) $8=a_1+7\times\left(-\frac{1}{3}\right)$，∴ $a_1=\frac{31}{3}$.

5. 解：(1) ∵ $a_1=3$，$d=4$　∴ $a_n=4n-1$　∴ $a_4=15$，$a_{10}=39$.

(2) ∵ $a_1=10$，$d=-2$　∴ $a_n=-2n+12$　∴ $a_{20}=-28$.

(3) ∵ $a_1=2$，$d=7$　∴ $a_n=7n-5$　∵ $100=7n-5$，$n=15$，∴ 100 是此数列的第 15 项.

6. 解：是，此数列的首项为 0，公差为 $2.8m$.

7. 解：∵ 此数列$\{a_n\}$为等差数列且 $a_1=15$，$d=2$.

∴ $a_n=2n+13$

当 $n=10$ 时

$a_{10}=33$

答：通项公式为 $a_n=2n+13$，第 10 排能坐 33 人.

8. 解：(1) 均成立，因为若 $s+t=p+q$，s，t，p，$q\in\mathbf{N}^*$，则 $a_s+a_t=a_p+a_q$.

(2) 均成立，(同上).

练习(P81)

1. 解：(1) $S_n=\frac{5+95}{2}\times 10$

$=500$

(2) $S_n=100\times 50+\dfrac{50\times 49}{2}\times(-2)$

$=5\ 000-2\ 450$

$=2\ 550$

(3) $n=\dfrac{32-14.5}{0.7}+1=26$

$\therefore S_{26}=\dfrac{14.5+32}{2}\times 26$

$=604.5$

2. 解：等差数列通项公式

$a_n=6-n$

$S_n=\dfrac{5+(6-n)}{2}\times n=-30$

$\therefore n=15$

3. 解：$n=\dfrac{81-13}{2}+1=35$

$S_{35}=\dfrac{13+81}{2}\times 35$

$=1\ 645$

4. 解：由题意可知，此等差数列 $a_1=38$，$d=2$，$n=20$

$\therefore S_{20}=38\times 20+\dfrac{20\times 19}{2}\times 2=1\ 140$

答：此剧场共设置了 1 140 个座位.

5. 解：设此多边形的边数为 n

$158=44n+\dfrac{n(n-1)}{2}\times(-3)$

$n=4$

答：此多边形为四边形.

6. 解：设此数列的首项为 a_1，公差为 d.

$\begin{cases}a_1+5d=5\\2a_1+9d=5\end{cases}$ $\therefore$ $\begin{cases}a_1=-20\\d=5\end{cases}$

$\therefore S_9=9a_5=9\times(5-5)=0$

答：此数列前 9 项的和为 0.

7. 解：$\because a_1=1$，$a_{20}=58$ 且 $d=3$

$\therefore S_{20}=\dfrac{1+58}{2}\times 20=590$

答：此数列前 20 项的和为 590.

(等比数列)练习(P84)

1. 解：(1) 否；(2) 是；(3) 是；(4) 否.

2. 解：(1) $\dfrac{1}{3}$；(2) $\pm\sqrt{15}$；(3) $\dfrac{3}{2}$，$\dfrac{9}{4}$.

3. 解：(1) 等差数列；(2) 等比数列；(3) 既是等差，又是等比数列.

4. 解：(1) $q=\frac{6}{2}=3$，$a_5=54\times3=162$，$a_n=2\times3^{n-1}$；

(2) $q=\frac{\frac{14}{3}}{7}=\frac{2}{3}$，$a_5=\frac{56}{27}\times\frac{2}{3}=\frac{112}{81}$，$a_n=7\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$；

(3) $q=\frac{-0.09}{0.3}=-0.3$，$a_5=-0.008\,1\times(-0.3)=0.002\,43$，$a_n=(-1)^{n+1}\cdot0.3^n$；

(4) $q=\frac{5^{c+1}}{5}=5^c$，$a_5=5^{3c+1}\cdot5^c=5^{4c+1}$，$a_n=5^{cn-c+1}$.

5. 解：$a_3=\frac{5}{2}\div\frac{2}{5}=\frac{25}{4}$，$a_2=\frac{25}{4}\div\frac{2}{5}=\frac{125}{8}$，$a_1=\frac{125}{8}\times\frac{5}{2}=\frac{625}{16}$

∴ 此等比数列的前 3 项为$\frac{625}{16}$，$\frac{125}{8}$，$\frac{25}{4}$.

6. 解：是,公比为$\frac{1}{q}$.

7. 解：(1) 是,新数列$\{a_{2k-1}\}$的首项为 a_1,公比为 q^2.

(2) 是,新数列$\{ca_n\}$的首项为 ca_1,公比为 q.

8. 解：(1) $\{2^n\}$的首项为 2,公比为 2；

(2) $\left\{\frac{10^n}{4}\right\}$的首项是$\frac{5}{2}$,公比为 10.

9. 解：(1) 设此数列的首项为 a_1,则

$a_1\left(-\frac{1}{3}\right)^8=\frac{4}{9}$

∴ $a_1=2\,916$

即此数列的首项为 2 916.

(2) 解：设此数列的首项和公比分别为 a_1 与 q

$\begin{cases}a_1q=10\\a_1q^2=20\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}a_1=5\\q=2\end{cases}$

∴ $a_4=a_1q^2\cdot q=40$

∴ 它的第 1,4 项分别为 5 与 40.

练习(P87)

1. 解：(1) $q=3$，$S_n=\frac{1-2\,187\times3}{1-3}=3\,280$；

(2) $q=-\frac{1}{2}$，$S_n=\frac{1-\left(-\frac{1}{512}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\left(1-\frac{1}{1\,024}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{1\,023}{1\,024}\times\frac{2}{3}=\frac{341}{512}$.

2. 解：(1) $S_n=\frac{3(1-2^6)}{1-2}=189$ (2) $S_5=\frac{-1\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^5\right)}{1+\frac{1}{3}}=-\frac{244}{243}\times\frac{3}{4}=-\frac{61}{81}$

3. 解：(1) $\dfrac{a_1\left(1-\dfrac{1}{2^5}\right)}{1-\dfrac{1}{2}}=3\dfrac{5}{8}$　∴ $a_1=\dfrac{58}{31}$，$a_5=\dfrac{58}{31}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{29}{248}$

(2) $\dfrac{2(1-q^3)}{1-q}=26$　∴ $q=-4$ 或 3　∴ $\begin{cases}q=-4\\a_3=32\end{cases}$　$\begin{cases}q=3\\a_3=18\end{cases}$

(3) $\begin{cases}a_1q^2=\dfrac{3}{2}\\ \dfrac{a_1(1-q^3)}{1-q}=4\dfrac{1}{2}\end{cases}$　∴ $\begin{cases}a_1=6\\q=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$　$\begin{cases}a_1=\dfrac{3}{2}\\q=1\end{cases}$

4. 解：由等比数列的性质可知 S_5，$S_{10}-S_5$，$S_{15}-S_{10}$ 成等比数列

∴ $(S_{10}-S_5)^2=S_5\cdot(S_{15}-S_{10})$

$40^2=10\times(S_{15}-50)$

∴ $S_{15}=210$

答：此数列前 15 项的和为 210.

5. 解：由题意可知：第 10 次着地时的路程为

$S=100+2\left(50+25+100\times\dfrac{1}{2^3}+\cdots+100\times\dfrac{1}{2^9}\right)$

$=100+2\times\dfrac{50\left(1-\dfrac{1}{2^9}\right)}{1-\dfrac{1}{2}}$

$=299\dfrac{39}{64}$

答：当球第 10 次着地时，经过的路程共是 $299\dfrac{39}{64}$ 米.

复习参考题(P89)

A 组

1. B　2. A　3. C

4. $\underline{32}$，5. $\underline{22}$，6. $\underline{\sqrt{3n-1}}$，7. $\underline{17}$，8. $\underline{\pm3\sqrt{3}}$，9. 0.

10. 解：(1) $a_n=\dfrac{2n-1}{n^2}$　(2) $a_n=\dfrac{2n}{(2n-1)(2n+1)}$　(3) $a_n=10^n+1$　(4) $a_n=(-1)^{n+1}\dfrac{2n}{3^n}$.

11. 解：(1) $a_7=a_4\cdot q^3=27\times(-3)^3=-729$，(2) $\begin{cases}a_1q=18\\a_1q^3=8\end{cases}$　∴ $\begin{cases}a_1=27\\q=\dfrac{2}{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a_1=-27\\q=-\dfrac{2}{3}\end{cases}$.

(3) $q^3=\dfrac{2}{3}$　∴ $q=\dfrac{\sqrt[3]{18}}{3}$，$a_9=a_5q^4=4\times\left(\dfrac{\sqrt[3]{18}}{3}\right)^4=\dfrac{8\sqrt[3]{18}}{9}$.

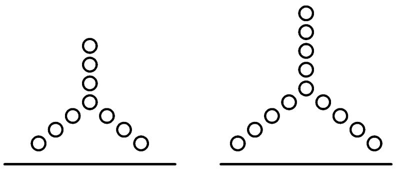
(4) $\begin{cases}a_1(q^4-1)=15\\a_1(q^3-q)=6\end{cases}$　∴ $\begin{cases}a_1=1\\q=2\end{cases}$　∴ $a_3=4$.

12. 解：$S=5\,000+5\,500+6\,000+6\,500+7\,000+7\,500+8\,000=6\,500\times7=45\,500$(米)

答：7 天一共将跑 45 500 米.

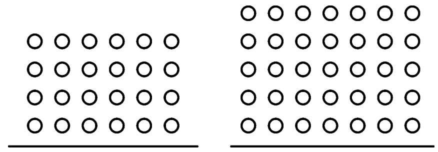
B 组

13. (1)



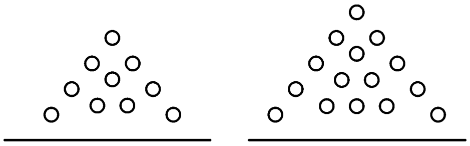
10　　13

(2)



24　　35

(3)



10　　15

14. 解：此数列的公比为$\frac{1}{2}$，且$a_3=\frac{3}{8}$，

$\therefore a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=\frac{3}{8}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}\right)=\frac{3}{8}\left(2-\frac{1}{16}\right)=\frac{3}{8}\times\frac{31}{16}=\frac{93}{128}$

15. 解：(1) $S_n=\frac{1+3n-2}{2}\times n=\frac{3n^2-n}{2}$　　$\therefore S_n=\frac{3n^2-n}{2}$

(2) $a_1=S_1=8$，$a_2=S_2-S_1=26-8=18$，$a_3=S_3-S_2=28$，$a_n=10n-2$.

16. 解：设三个数为$5-d$，5，$5+d$，则

$8^2=(6-d)(14+d)$

$\therefore d=2$　$d=-10$(舍)

$\therefore$ 三个数为 3，5，7.

17. 解：观图可知第n个三角形边长为$1\times\frac{1}{2^n}$

$\therefore$ 第 10 个三角形边长为$\frac{1}{1\,024}$.

18. 解：$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2+\frac{1}{2}n-\left[(n-1)^2+\frac{1}{2}(n-1)\right]=2n-\frac{1}{2}$

$\therefore$ 首项$a_1=\frac{3}{2}$，公差$d=2$.

19. 解：$a_4+b_4+(S_4-b_4)=37$

$a_1+3d+4a_1+6d=37$

$\because a_1=2$　$\therefore d=3$

$\therefore 11+b_4=27$

$\therefore b_4=16$

$\therefore q=2$

$\therefore a_n=3n-1$，$b_n=2^n$.

20. 解：(1) 观图可知，第 100 行为$1+2+\cdots+99+100+99+\cdots+2+1$

因此第 100 行是 199 个数的和，这个和为 10 000.

(2) 第n行的和为$1+2+\cdots+(n-1)+n+(n-1)+\cdots+2+1=[1+(n-1)](n-1)+n=n^2$

第六单元　三 角 函 数

P94 练习

1、2. 略.

3. 答：不一定相等.举例：30°角与390°角终边相同.

4. 解：(1) 420°角是第一象限角；

(2) -75°角是第四象限角；

(3) 855°角是第二象限角；

(4) -510°角是第三象限角.

5. 解：(1) $-54^\circ18'=305^\circ42'-360^\circ$

所以与$-54^\circ18'$角终边相同的角是$305^\circ42'$,它是第四象限角；

(2) $395^\circ8'=35^\circ8'+360^\circ$

所以与$395^\circ18'$角终边相同的角是$35^\circ8'$,它是第一象限角；

(3) $-1\,190^\circ30'=249^\circ30'-4\times360^\circ$

所以与$-1\,190^\circ30'$角终边相同的角是$249^\circ30'$,它是第三象限角；

(4) $1\,563^\circ=123^\circ+4\times360^\circ$

所以与$1\,563^\circ$角终边相同的角是123°,它是第二象限角.

6. (1) 与45°角终边相同的所有角构成的集合是$\{\alpha\mid\alpha=45^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$；

(2) 与-30°角终边相同的所有角构成的集合是$\{\alpha\mid\alpha=-30^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$；

(3) 与$1\,303^\circ18'$角终边相同的所有角构成的集合是$\{\alpha\mid\alpha=1\,303^\circ18'+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$；

(4) 与-225°角终边相同的所有角构成的集合是$\{\alpha\mid\alpha=-225^\circ+k\cdot360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$.

P96 练习

P4 1. (1) $\frac{\pi}{15}$；(2) $\frac{5\pi}{12}$；(3) $-\frac{3\pi}{4}$；(4) $-\frac{4\pi}{3}$；(5) $\frac{5\pi}{3}$；(6) $\frac{\pi}{8}$.

2. (1) 15°；(2) -240°；(3) 54°；(4) -36°；(5) $-2\,160^\circ$；(6) 150°.

3. (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$；(2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$；(3) 0.36；(4) 0.84.

4. 略

5. 解：$|\alpha|=\frac{l}{r}=\frac{144}{120}=1.2.\quad 1.2=1.2\times\frac{180^\circ}{\pi}=\frac{216^\circ}{\pi}$

答：这条弧所对的圆心角弧度数为1.2,度数为$\frac{216^\circ}{\pi}$或弧度数-1.2,度数为$-\frac{216^\circ}{\pi}$.

6. 略

P99 练习

1. $\sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，$\tan\alpha=-\frac{4}{3}$.

2.

α	0°	90°	180°	270°	360°
α 弧度	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\alpha$	0	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	0	-1	0	1
$\tan\alpha$	0	不存在	0	不存在	0

3. $\{x\mid x\neq\pi+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$

4. (1) 0；(2) $\frac{3}{2}$.

P101 练习

1. 略

2. (1) $\cos\frac{16\pi}{5}<0$；(2) $\sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right)>0$；(3) $\tan 556^\circ>0$.

3. (1) 0.87；(2) $\sqrt{3}$；(3) $\frac{1}{2}$.

4. C

5. (1) $\frac{\pi}{4}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$；(2) $\frac{3\pi}{4}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$.

6. $\pm 2\sqrt{3}$

7. 角 α 终边在第一象限时，它的三角函数值全是正数，任何一个象限内的角的三角函数值不会全是负数.

P103 练习

1. $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$，$\tan\alpha=\frac{3}{4}$

2. 当 α 为第三象限角时，$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$；

当 α 为第四象限角时，$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. (1) $\sin\alpha$；(2) 1.

4. 略

P107 练习

1. (1) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$；(2) $-\frac{1}{2}$；(3) 0.

2. (1) $\frac{1}{2}$；(2) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$；(3) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. (1) $\cos^2\alpha$；(2) $\sin^2\alpha$.

4. 略

5. (1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$；(2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$；(3) $\tan(-1\,590^\circ)=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

6. (1) $-\frac{1}{\cos\alpha}$；(2) $\cos\alpha$.

P112 练习

1. 略

2. (1) $\frac{1}{2}$；(2) $\sin 40^\circ$；(3) $\tan 3\theta$.

3. $\frac{63}{65}$

4. D

5. 略

P113 练习

1. （1）$\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$；（2）$-\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

2. 略

3. $\dfrac{4}{3}$

P115 练习

1. （1）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；（2）$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；（3）1；（4）$\dfrac{3}{4}$.

2. （1）$\cos 2\alpha$；（2）$\tan 2\theta$.

3. 略

P119 练习

1. B

2. 略

3. 当 $x=-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}$ 时，$y_{\min}=-2$

使函数取得最小值的 x 的集合是 $\left\{x\,\middle|\,x=-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$

4. 略

5. 单调增区间 $\left[-\dfrac{3\pi}{4}+2k\pi,\ \dfrac{\pi}{4}+2k\pi\right]$，$k\in\mathbf{Z}$

P121 练习

1. 略

2. 略

3. （1）$\cos\dfrac{15\pi}{8}>\cos\dfrac{14\pi}{9}$；（2）$\cos 515^\circ>\cos 530^\circ$.

4. $\cos 52^\circ<\cos 36^\circ<\cos 24^\circ<\cos 12^\circ$

5. $\left[0,\ \dfrac{2}{5}\right]$

P123 练习

1. 略

2. $\left\{x\,\middle|\,x\neq\dfrac{k\pi}{3}+\dfrac{\pi}{6},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$

3. （1）$\tan 138^\circ<\tan 143^\circ$　（2）$\tan\left(-\dfrac{13\pi}{4}\right)>\tan\left(-\dfrac{17\pi}{5}\right)$

P125 练习

1. (1) $\dfrac{5\pi}{3}$；(2) $\dfrac{7\pi}{6}$；(3) $\alpha=45^\circ$ 或 225°.

2. (1) $x=\dfrac{\pi}{6}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}$; (2) $x=\dfrac{7\pi}{4}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}$.

3. (1) $\left\{x \,\middle|\, x=\dfrac{2\pi}{3}+2k\pi \text{ 或 } \dfrac{4\pi}{3}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$；

(2) $\left\{x \,\middle|\, x=-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$.

4. (1) $A=60^\circ$; (2) $A=150^\circ$; (3) $A=30^\circ$.

P126 练习

1. (1) $\dfrac{11\pi}{6}$；(2) $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$；(3) $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；(4) $\dfrac{2\pi}{3}$ 或 $\dfrac{5\pi}{3}$；(5) 1；(6) $\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}$，2；

(7) $\{x \mid x\neq\pi+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$；(8) $\dfrac{3}{11}$；(9) $\dfrac{24}{25}$；(10) 8 cm；

(11) $\left\{x \,\middle|\, x\neq k\pi+\dfrac{3\pi}{4}, \text{且 } x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$；

(12) $-\dfrac{\pi}{30}$、$-\dfrac{2\pi}{5}$；(13) $\left\{\alpha \,\middle|\, \dfrac{\pi}{2}+2k\pi<\alpha<\pi+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$；(14) 4.

2. (1) B; (2) C; (3) $-\dfrac{17}{15}$; (4) C; (5) C; (6) A; (7) D; (8) B; (9) D; (10) D

3. 解：$\because \sin\alpha=2\cos\alpha$

$\therefore \tan\alpha=2$

$\therefore \alpha$ 为第一或第三象限角

$\because \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$\therefore 5\cos^2\alpha=1$

$\therefore \cos x=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

① 当 α 为第一象限角时

$\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ $\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ $\tan\alpha=2$

② 当 α 为第三象限角时 $\cos\alpha=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin\alpha=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\tan\alpha=2$

4. 解：$\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}=\dfrac{1}{3}$

$1+x^2=9$

$x=\pm2\sqrt{2}$

$\because \alpha$ 为第四象限角

$\therefore x<0$

$\therefore x=-2\sqrt{2}$

5. (1) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$；(2) $-\sqrt{3}$；(3) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

6. (1) $\sin 3.45<0$；(2) $\cos(-3.45)<0$.

7. 解：$\because\ \sin(\pi+\alpha)=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ -\sin\alpha=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ \sin\alpha=\frac{1}{2}$

当 α 为第一象限角时，$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$

(1) $\cos(5\pi-\alpha)=-\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\tan(\alpha-3\pi)=\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$

当 α 为第二象限角时，$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(1) $\cos(5\pi-\alpha)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\tan(\alpha-3\pi)=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

8. $[2k\pi,\ 2k\pi+\pi]$，$k\in\mathbf{Z}$

9. (1) $\cos\frac{\pi}{5}<\cos\frac{\pi}{10}$；(2) $\sin 57°<\sin 122°$；(3) $\tan 3<\tan 4$.

10. $\frac{\sqrt{3}}{8}$

11. $\frac{17}{25}$

12. $\frac{1}{7}$

13. (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$；(2) $-\sin x$；(3) $\frac{1}{2}$；(4) $\frac{1}{\tan 80°}$.

14. 略

15. 1

16. 当 $x=\frac{\pi}{4}-2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$ 时 $y_{\max}=\sqrt{2}$

17. $x=\frac{7\pi}{6}+2k\pi$ 或 $\frac{11\pi}{6}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$

B组

18. $\frac{-56}{65}$

19. $\sin C=\frac{63}{65}$

20. $\sqrt{3}$

21. $\dfrac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}=\tan\alpha$

22. 证明略

23. 证明略

24. (1) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；(2) $-\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$.

C 组

25. $135°$

26. $\sin 3\alpha=3\sin\alpha-4\sin 3\alpha$

$\cos 3\alpha=4\cos 3\alpha-3\cos\alpha$

27. $\dfrac{\sin 20°}{8}$

28. $\left\{x \,\middle|\, x=-\dfrac{\pi}{6}+2k\pi,\text{或}\dfrac{7\pi}{6}+2k\pi,\text{或}\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$

第七单元　排 列 与 组 合

P135　1. (1) $N=5+2+3=10$(种)

(2) $N=5\times 2\times 3=30$(种)

2. $N=20\times 10=200$(个)

3. $N=3\times 4\times 5=60$(项)

4. $N=10^4$(个)

5. $N=5\times 4=20$(种)

6. (1) $N=3+2=5$(种)

(2) $N=3\times 2=6$(种)

P141　1. (1) 12，13，14，21，23，24，31，32，34，41，42，43

(2) ab，ac，ad，ae，ba，bc，bd，be，ca，cb，cd，ce，da，db，de，de，ea，eb，ec，ed

2. $N=A_3^2=3\times 2=6$(种)

3. $N=A_4^4=4\times 3\times 2\times 1=24$(个)

4. (1) 32 760　(2) 720　(3) 1 624　(4) 64　(5) 3

5. 2　6　24　120　5 040　40 320

6. (1) 证：右边$=\dfrac{(n+1)\cdot n!}{n+1}=n!$ $=$左边

∴ 等式成立

(2) 证：左边$=A_8^8-A_8^8+A_7^7=A_7^7=$右边

∴ 等式成立

7. $\dfrac{(n-5)(n-6)A_n^5-A_n^5}{A_n^5}=89$ 即$(n-5)(n-6)-1=89$

$n^2-11n-60=0$　$n=15$ 或 -4(舍)

∴ $n=15$

8. $N=A_4^3=4\times3\times2=24$(种)

9. $N=A_6^6=720$(种)

10. (1) $N=5\times6\times6=180$(个)

(2) $N=A_5^1\cdot A_5^2=5\times5\times4=100$(个)

(3) $N=A_5^2+A_4^1A_4^1=20+16=36$(个)

P146 1. (1) 组合 (2) 排列 (3) 组合 (4) 排列

2. (1) ab，ac，ad，ae，bc，bd，de，cd，ce，de

(2) abc，abd，abe acd ace ade bcd bce bde cde

3. (1) 120 (2) 71 (3) 85 (4) 32 (5) $\dfrac{n^2-7n+12}{20}$

4. $N=C_4^2=\dfrac{4\times3}{2}=6$(个)

5. $N=C_6^3=\dfrac{6\times5\times4}{6}=20$(种)

6. (1) $N=C_{10}^2=\dfrac{10\times9}{2}=45$(条)

(2) $N=C_{10}^3=\dfrac{10\times9\times8}{6}=120$(个)

7. $N=C_4^1+C_4^2+C_4^3+C_4^4=4+6+4+1=15$(种)

8. $N=C_7^2+C_6^2+C_4^2=21+15+6=42$(场)

P149 1. (1) 4 950 (2) 1 716 (3) 31 (4) 0

2. (1) 证明：左边$=C_n^{m-1}+C_n^m=C_{n+1}^m=$右边

∴ 等式成立

(2) 证明：左边$=C_8^4+C_8^5=C_9^5=$右边

∴ 等式成立

3. (1) C (2) D

4. (1) $N=C_8^3=56$(个)

(2) $N=C_{10}^4=210$(个)

5. (1) $N=C_7^3=\dfrac{7\times6\times5}{6}=35$(种)

(2) $N=C_7^4=C_7^3=35$(种)

6. (1) $N=C_{40}^3$(种)

(2) $N=C_2^1C_{40}^4$(种)

(3) $N=C_{40}^5$(种)

(4) $N=C_{42}^5-C_{40}^5$(种)

7. $N=C_5^3C_4^2\cdot A_5^5=10\times6\times120=7\ 200$

P151 1. (1) mn (2) 3 或 7 (3) 480 (4) 525

2. (1) × (2) × (3) × (4) × (5) × (6) × (7) √

3. (1) D (2) A

4. $\dfrac{(n-3)(n-4)A_n^3+(n-3)A_n^3}{A_n^3}=4$ $(n-3)(n-4)+(n-3)=4$ $n=5$ 或 1(舍)

∴ $n=5$

5. (1) 1 140　(2) $\dfrac{n^3-n}{2}$　(3) 1 050　(4) 21

6. (1) 证：右边 $=C_n^{m-1}+(C_{n-1}^m+C_{n-1}^{m-1})$

$=C_n^{m-1}+C_n^m$

$=C_{n+1}^m=$ 右边

∴ 等式成立

(2) 证：左边 $=(C_n^{m+1}+C_n^m)+(C_n^{m-1}+C_n^m)$

$=C_{n+1}^{m+1}+C_{n+1}^m$

$=C_{n+2}^{m+1}=$ 右边

∴ 等式成立

7. (1) $N=C_4^1C_4^1=16$(个)

(2) $N=16\div 2=8$(个)

8. $N=A_4^4=4\times 3\times 2\times 1=24$(种)

9. $N=1+A_3^1+A_3^2+A_3^3=1+3+6+6=16$(个)

10. $N=A_3^1+A_3^2+A_3^3=3+6+6=15$(种)

11. (1) $N=C_8^3=\dfrac{8\times 7\times 6}{6}=56$(个)

(2) $N=C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4=5+10+10+5=30$(个)

12. (1) $N=C_{198}^3$(种)

(2) $N=C_2^1C_{198}^4$(种)

(3) $N=C_{198}^5$(种)

(4) $N=C_{200}^5-C_{198}^5$(种)$/N=C_2^1C_{198}^4+C_{198}^3$(种)

13. (1) $N=A_6^6=720$(种)

(2) $N=A_2^2A_4^4=2\times 24=48$(种)

(3) $N=A_6^6\cdot A_2^2=720\times 2=1\,440$(种)

(4) $N=A_5^5\cdot A_6^2=120\times 6\times 5=3\,600$(种)

14. (1) $N=A_3^1A_3^2=3\times 3\times 2=18$(个)

(2) $N=3\times 4\times 4=48$(个)

(3) $N=A_3^2+A_2^1A_2^1=6+4=10$(个)

(4) $N=A_3^2=6$(个)

15. (1) $\dfrac{m!\,(5-m)!}{5!}-\dfrac{m!\,(6-m)!}{6!}=\dfrac{7\cdot m!\,(7-m)!}{10\cdot 7!}$

$6(5-m)!\,-(6-m)!\,=\dfrac{(7-m)!}{10}$

$6-(6-m)=\dfrac{(7-m)(6-m)}{10}$

$m^2-23m+42=0$

$(m-21)(m-2)=0$

$m=21$(舍) 或 $m=2$

∴ $C_8^2=\dfrac{8\times 7}{2}=28$

(2) $\dfrac{n!}{2(m-1)!\,(n-m+1)!}=\dfrac{n!}{3m!\,(n-m)!}=\dfrac{n!}{4(m+1)!\,(n-m-1)!}$

$$\begin{cases}2(n-m+1)=3m\\3(n-m)=4(m+1)\end{cases} \quad \therefore \begin{cases}m=14\\n=34\end{cases}$$

16. $N=C_5^2A_4^4=\dfrac{5\times4}{2}\times24=240$(种)

17. $N=A_3^3A_2^2\times3=6\times2\times3=36$(种)

18. $N=A_5^5A_2^2+A_4^1A_2^2A_4^4+A_4^2A_2^2A_3^3$

$=120\times2+4\times2\times24+12\times2\times6$

$=240+192+144$

$=576$(种)

19. $N=\dfrac{C_6^2C_4^2C_2^2}{A_3^3}=\dfrac{15\times6}{6}=15$

第八单元　概 率 与 统 计

P156 **1.** 略

2. (1) 随机事件　(2) 必然事件　(3) 不可能事件　(4) 随机事件　(5) 必然事件

3. D

4. 不正确

5. 不一定

6. (1) 0.09，0.08，0.096，0.094，0.1，0.102 4，0.100 4，0.100 34，0.009 954 8

(2) 0.1

7. 500 次

P159 **1.** C

2. $\dfrac{1}{27}$

3. (1) (白,黑),(白,白),(黑,白),(黑,黑)

(2) 2 种

(3) $\dfrac{1}{2}$

4. (1) $\dfrac{20}{43}$　(2) $\dfrac{18}{43}$　(3) $\dfrac{20}{43}$

5. (1) $\dfrac{2}{3}$　(2) 12，13，21，23，31，32，$\dfrac{1}{6}$

6. (1) $\dfrac{1}{10^5}$　(2) $\dfrac{1}{10}$

7. (1) $\dfrac{7}{25}$　(2) $\dfrac{93}{100}$

8. $\dfrac{5}{36}$

9. (1) $\dfrac{2}{27}$　(2) $\dfrac{13}{54}$　(3) $\dfrac{1}{54}$

10. (1) $\dfrac{C_3^3}{C_9^3}=\dfrac{1}{84}$　(2) $\dfrac{C_3^2C_6^1}{C_9^3}=\dfrac{3}{14}$　(3) $\dfrac{3}{C_9^3}=\dfrac{1}{28}$

11. (1) $\frac{C_{90}^{10}}{C_{100}^{10}}$　(2) $\frac{C_{90}^{7}C_{10}^{3}}{C_{100}^{10}}$

P163　1. (1) 对立　(2) 互斥不对立　(3) 不互斥

2. D

3. (3)

4. $1-\frac{C_4^2}{C_9^2}=\frac{5}{6}$

5. (1) 0.55　(2) 0.25

6. (1) 0.98　(2) 0.02

7. (1) 0.78　(2) 0.22

8. 0.3

9. $1-\frac{C_{16}^3}{C_{20}^3}=\frac{29}{57}$

10. $\frac{C_5^2\times 2}{A_5^2}+\frac{C_5^3\times 1}{A_5^2}+\frac{1}{A_5^2}=\frac{31}{120}$

P166　1. $\frac{1}{3}$　$\frac{2}{3}$　不独立

2. $0.96\times 0.97=0.931\,2$

3. (1) 0.06　(2) 0.56　(3) 0.94

4. 0.007

5. 0.072 9

6. (1) $0.1\times 0.2\times 0.15=0.003$

(2) $1-0.003=0.997$

7. $1-0.4^2=0.84$

8. (1) $\frac{5}{8}$　(2) $\frac{5\times 4+3\times 5}{8\times 7}=\frac{5}{8}$

P168　1. $C_5^3\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{16}$

2. C_{10}^5　0.95^5　0.05^5

3. 0.064　0.288　0.216

4. (1) $C_{10}^3 0.6^3\cdot 0.4^7\approx 0.042$

(2) $1-0.4^{10}\approx 0.999\,9$

5. $P_4(1)=C_4^1 0.04\times 0.96^3$

$P_4(2)=C_4^2 0.04^2\times 0.96^2$

$P_4(0)+P_4(1)=0.96^4+C_4^1 0.04\times 0.96^3$

6. (1) $P_3(1)=C_3^1 0.01\times 0.99^2\varnothing=$

(2) $1-P_3(0)=1-0.99^3=$

7. (1) $P_{10}(8)=C_{10}^8 0.95^8\times 0.05^2$

(3) $P_{10}(8)+P_{10}(9)+P_{10}(10)=$

P170　1. C

2. (1) $\frac{1}{2}$　(2) $\frac{1}{2}$　(3) $\frac{1}{2}$

3. 略

P172　**1.** 3　20

2. B

3. 略

P173　**1.** C

2. A

3. C

4. $\frac{n}{N}$

5. 系统抽样　相等

6. 2

7. 略

8. 略

9. 10

10. 一年级：$200\times\frac{4}{10}=80$

二年级：$200\times\frac{3}{10}=60$

三年级：$200\times\frac{2}{10}=40$

四年级：$200\times\frac{1}{10}=20$

P177　**1.** 略

2. D

3. (3) 5 200

4. (3) 0.65　(4) 0.35

P179　**1.** D　**2.** D　**3.** D　**4.** A　**5.** B　**6.** $\frac{1}{825}$

7. (1) $\frac{6}{7}$　(2) $\frac{13}{14}$

8. 0.94　**9.** 10，6，4　**10.** 略　**11.** $\frac{8}{45}$，$\frac{7}{15}$　**12.** 15　**13.** $1-\frac{C_5^2}{C_9^2}=\frac{13}{18}$

14. (1) $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$　(2) $\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$　(3) $1-\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

15. $\frac{3}{10}$　**16.** 略　**17.** $1-\frac{A_{365}^4}{365^4}$　**18.** $C_3^2\left(\frac{3}{5}\right)^2\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{162}{625}$