数学（合订本）

（第三版）

课程教案

主编 孔宝刚

执行主编 薛祖华

复旦大学出版社

目　录

第一单元　集合

第一、二课时

<table>
<tr><th colspan="2">基本信息</th></tr>
<tr><td>教学主题</td><td>集合的含义与表示</td></tr>
<tr><td>教学目标</td><td>1. 认知目标：初步理解集合的概念，理解元素与集合间的关系，掌握集合的表示法，知道常用数集及其记法；
2. 能力目标：用集合概念解决实际问题；
3. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气。</td></tr>
<tr><td>教学重点</td><td>元素与集合间的关系</td></tr>
<tr><td>教学难点</td><td>集合的表示法</td></tr>
<tr><td>教学方法</td><td>讲授法，练习法，讨论法等</td></tr>
<tr><th colspan="2">教学设计</th></tr>
<tr><td colspan="2">一、　　集合的概念
实例引入：
⑴ 1~20 以内的所有质数;
⑵ 我国从 1991~2003 的 13 年内所发射的所有人造卫星;
⑶ 金星汽车厂 2003 年生产的所有汽车;
⑷ 2004 年 1 月 1 日之前与我国建立外交关系的所有国家;
⑸ 所有的正方形;
⑹ 黄图盛中学 2004 年 9 月入学的高一学生全体.
结论：一般地，我们把研究对象统称为元素；把一些元素组成的总体叫做集合，也简称集.
二、　　集合元素的特征
（1）确定性：设 A 是一个给定的集合，x 是某一个具体对象，则或者是 A 的元素，或者不是 A 的元素，两种情况必有一种且只有一种成立.
（2）互异性：一个给定集合中的元素，指属于这个集合的互不相同的个体（对象），因此，同一集合中不应重复出现同一元素.</td></tr>
</table>

（3）无序性：一般不考虑元素之间的顺序，但在表示数列之类的特殊集合时，通常按照习惯的由小到大的数轴顺序书写

练习：判断下列各组对象能否构成一个集合

⑴ 2，3，4　　⑵ （2，3），（3，4）　　⑶ 三角形

⑷ 2，4，6，8，…　⑸ 1，2，（1，2），{1，2}

⑹我国的小河流　⑺方程 x2+4=0 的所有实数解

⑻好心的人　　⑼著名的数学家　⑽方程 x2+2x+1=0 的解

三、集合相等

构成两个集合的元素一样，就称这两个集合相等

四、集合元素与集合的关系

集合元素与集合的关系用“属于”和“不属于”表示：

（1）如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A，记作 a∈A

（2）如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作 a∈A

五、常用数集及其记法

非负整数集（或自然数集），记作 N；

除 0 的非负整数集，也称正整数集，记作 N*或 N+；

整数集，记作 Z；

有理数集，记作 Q；

实数集，记作 R.

练习:(1)已知集合 M={a,b,c}中的三个元素可构成某一三角形的三条边,那么此三角形一定不是(　　)

A 直角三角形　B 锐角三角形　C 钝角三角形　D 等腰三角形

（2）说出集合{1，2}与集合{x=1，y=2}的异同点？

六、集合的表示方式

（1）列举法：把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内；

（2）描述法：用集合所含元素的共同特征表示的方法.（具体方法）

例 1、 用列举法表示下列集合：

（1）小于 10 的所有自然数组成的集合；

（2）方程 x2=x 的所有实数根组成的集合；

（3）由 1~20 以内的所有质数组成。

例 2、 试分别用列举法和描述法表示下列集合： （1）由大于 10 小于 20 的的所有整数组成的集合； （2）方程 x2-2=2 的所有实数根组成的集合. 注意：(1)描述法表示集合应注意集合的代表元素 (2)只要不引起误解集合的代表元素也可省略 七、小结 集合的概念、表示；集合元素与集合间的关系；常用数集的记法.
教学反思
一、优点： 师生互动活跃，课堂氛围良好 **二、缺点：** 课堂留白时间不够 **三、改进：** 适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第三、四课时

基本信息	
教学主题	集合间的关系
教学目标	1. 认知目标：初步了解子集的概念及其表示方法,同时了解相等集合、真子集和空集的有关概念； 2. 能力目标：用集合概念解决实际问题； 3. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气。
教学重点	子集、真子集的概念及它们的联系与区别
教学难点	空集的概念以及与一般集合间的关系
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

一、　　复习（结合提问）：

1．集合的概念、集合三要素

2．集合的表示、符号、常用数集、列举法、描述法

3．关于“属于”的概念

二 、新课讲授

（一）子集的概念

1. 实例：A={1,2,3}　B={1,2,3,4,5}　　引导观察.

结论：对于两个集合 A 和 B,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,则说:这两个集合有包含关系，称集合 A 为集合 B 的子集，记作 A　B（或 B　A)，读作“A 含于 B”（或“B 包含 A”）.

2. 反之：集合 A 不包含于集合 B,或集合 B 不包含集合 A,记作 A　B 已(或 B　A)

（二）空集的概念

不含任何元素的集合叫做空集，记作 φ，并规定：空集是任何集合的子集.

（三）“相等”关系

1、实例：设 A={x|x2-1=0}　　B={-1,1}　　　“元素相同”

结论：对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，同时,集合 B 的任何一个元

素都是集合 A 的元素，我们就说集合 A 等于集合 B，记作 A=B（即如果 A　B　同时 B　A 那么 A=B）. 2、 ① 任何一个集合是它本身的子集.　A　A ② 真子集：如果 A　B ,且 A　B 那就说集合 A 是集合 B 的真子集，记作 A　 B ③ 空集是任何非空集合的真子集. ④ 如果 A　B, B　C ,那么 A　C. （三）例题与练习 例 1、　设集合 A={1，3，a}，B={1，a2-a+1} AÊB，求 a 的值 练习 1：写出集合 A={a，b，c}的所有子集，并指出哪些是真子集？有多少个？ 例 2 、 求满足{x|x2+2=0}　 MÍ{x|x2-1=0}的集合 M. 例 3、 若集合 A={x|x2+x-6=0}，B={x|ax+1=0} 且 B　 A，求 a 的值. 练习 2：　集合 M={x|x=1+a2，aÎN*}， P={x|x=a2-4a+5，aÎN*} 下列关系中正确的是（　） A　M　 P　　　B　P　M C　M=P　　　　D　M　 P　且 P　M 三、小结　：子集、真子集、空集的有关概念.
教学反思
一、优点： 师生互动活跃，课堂氛围良好 **二、缺点：** 对⊆、⊂等符号与∈符号，学生有些混淆。下节课得再强调它们的意义。 **三、改进：** 适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第五、六课时

<table>
<tr><th colspan="2">基本信息</th></tr>
<tr><td>教学主题</td><td>集合的基本运算</td></tr>
<tr><td>教学目标</td><td>1. 认知目标：深刻理解并掌握交集与并集的概念及有关性质；掌握全集与补集的概念及其表示法.
2. 能力目标：用集合概念解决实际问题；
3. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气。</td></tr>
<tr><td>教学重点</td><td>交集与并集的概念、性质及运算</td></tr>
<tr><td>教学难点</td><td>交集与并集的概念、性质及运算</td></tr>
<tr><td>教学方法</td><td>讲授法，练习法，讨论法等</td></tr>
<tr><th colspan="2">教学设计</th></tr>
<tr><td colspan="2">（一） 复习：子集的概念及有关符号与性质
提问（板演）：用列举法表示集合：A={6 的正约数}，B={10 的正约数}，C={6 与 10 的正公约数}，并用适当的符号表示它们之间的关系.
解： A= 1，2，3，6}， B={1，2，5，10}， C={1，2} C A，C B
（二） 全集
定义： 如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素，
集合就可以看作一个全集.通常用 U 来表示.
如：把实数 R 看作全集 U, 则有理数集 Q 的补集 CUQ 是全体无理数的集合.
（三） 补集
1、实例：S 是全班同学的集合，集合 A 是班上所有参加校运会同学的集合，集合 B 是班上所有没有参加校运动会同学的集合.集合 B 是集合 S 中除去集合 A 之后余下来的集合.
结论：设 S 是一个集合，A 是 S 的一个子集（即 ），由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 S 中子集 A 的补集
记作： CsA 即 CsA ={x x S 且 x A}
2．例：S={1，2，3，4，5，6} A={1，3，5} CsA ={2，4，6}</td></tr>
</table>

（四）并集与交集

1、实例： A={a, b, c, d}　　B={a, b, e, f}

公共部分 A∩B　　　　合并在一起 A∪B

2、 定义：

（1）交集：由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素所组成的集合，称为集合 A 和集合 B 的交集，记作 A∩B，即 A∩B ={x|x　A 且 x　B}.

（2）并集：由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，称为集合 A 和集合 B 的并集，记作 A∪B ，即 A∪B={x|x　A 或 x　B}.

（五）例题与练习

例 1、(1) 若 S={2，3，4}，A={4，3}，则 CsA=　　　　　.

(2) 若 S={三角形}，A={锐角三角形} ，则 CsA=　　　　　。

(3) 若 U={1，3，a2+2a+1 }，A={1，3} ，则 a=　　　　　。

(4) 若 A={0，2，4}，CUA={-1，2}， CUB={-1，0，2}，求 B=　　　　　。

练习 1：判断正误

（1）若 U={四边形}，A={梯形}，则 CUA={平行四边形}

（2）若 U 是全集，且 A B́，则 CUA ĆUB

（3）若 U={1，2，3}，A=U，则 CUA=f

例 2、新华中学开运动会，设 A={x|x 是新华中学高一年级参加百米赛跑的同学}，B={x|x 是新华中学高一年级参加跳高比赛的同学}，求 A∩B .

例 3、设平面内直线 l1 上点的集合为 L1，直线 l2 上点的集合为 L2，用集合的运算表示 l1、l2 的位置关系.

练习 2：

1、设 A={x|x 是等腰三角形},B={x|x 是直角三角形}， 求 A∩B.

2、设 A={x|x>-2},B={x|x<0},求 A∩B.

3、若 A={x|x=4n,n∈Z}，B={x|x=6n,n∈Z}，求 A∩B.

4、A={x|a≤x≤a+3},B={x|x＜-1 或 x＞5} ， 分别求出满足下列条件的 a 的取值范围 ： (1) A∩B=Æ (2) A∩B=A

例 4、已知集合 A={4，5，6，8},B={3，5，7，8}，求 A∪B.

例 5、已知 A={x|-1＜x＜2}，B= {x|1＜x＜3}求 A∪B.

例 6、已知 U={x|x 是小于 9 的正整数}，A={1，2，3} ，B= {3，4，5，6}，求 CUA，CUB. 练习 3： 2、　全集 U={x|x≤8, 且 x∈N*}, A　U, B　U 且 A∩B={4, 5}, (CUB)∩A={1, 2, 3} , (CUA)∩(CUB)={6, 7, 8}, 求集合 A 和 B. 3、已知 A={x|-1＜x＜3}, A∩B=Æ, A∪B=R, 求 B. 4、已知集合 A={x|x2-3x+2=0}, B={x|x2-ax+a-1=0} ，C={x|x2-mx+2=0}, 且 A∪B=A, A∩C=C, 求 a, m 的值. （六）小结 全集、补集、交集、并集的有关概念和性质及其运算
教学反思
一、优点： 师生互动活跃，课堂氛围良好 **二、缺点：** 课堂留白时间不够 **三、改进：** 适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第二单元　不等式

第一、二课时

基本信息	
教学主题	不等关系
教学目标	1．通过具体情境，感受在现实世界和日常生活中存在着大量的不等关系，了解不等式（组）的实际背景． 2．经历由实际问题建立数学模型的过程，体会其基本方法．
教学重点	从具体情境中提炼出不等式（组）．
教学难点	建模的过程．
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等
教学设计	

一、问题情境

1．情境：比较自己与同桌的身高、体重、年龄、家庭成员．

2．问题：像“身高”、“体重”、“年龄”、“家庭成员”等概念之间反映在数量关系上就是相等与不等两种情况．

二、学生活动

1．仿照所给例子，让学生就日常生活，生产实际和科学研究中经常要进行大小、多少、高低、轻重、长短和远近的比较．（初步体会数量关系上的相等与不等的两种情况）

2．分析、概括由实际问题建立数学模型的过程，体会其处理方法．

三、建构数学

1．引导学生自己总结出实际生活中蕴涵的不等关系或不等式．

2．引导学生对问题中包含的数量关系进行认真，细致的分析，找出其中的不等关系．

3．用常见数学模型刻画不等关系．

4．引导学生将不等式与等式进行比较，找出其相同点和不同点．

四、数学运用

1．例题．

（1）某博物馆的门票每位 10 元，20 人以上（含 20 人）的团体票 8 折优惠，那么不足 20 人时，应该选择怎样的购票策略？

（2）某杂志以每本 2 元的价格发行时，发行量为 10 万册，经过调查，若价格每提高 0.2 元，则发行量就减少 5000 册，要使杂志社的销售收入大于 22.4 万元，每本杂志的价格应定在怎样的范围内？

（3）下表给出了 X，Y，Z 三种食物的维生素含量及成本：

	维生素 A（单位/kg）	维生素 B（单位/kg）	成本（元/kg）
X	300	700	5
Y	500	100	4
Z	300	300	3

某人欲将这三种食物混合成 100kg 的食品，要使混合食品中至少含 35000 单位的维生素 A 及 40000 单位的维生素 B，设 X，Y，这两种食物各取 x kg，y kg，那么 x,y 应满足怎样的关系？

2．练习．

课本 74 页练习 1，3，4．

五、要点归纳与方法小结

本节课学习了以下内容：

（1）常见的不等关系及其模型．

（2）由实际问题建立数学模型．

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

三、缺点：

复杂形式不等式解法，思路不明

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第三、四课时

基本信息	
教学主题	一元二次不等式
教学目标	1.认知目标：理解一元二次方程、一元二次不等式与二次函数的关系，掌握图象法解一元二次不等式的方法；培养数形结合的能力，培养分类讨论的思想方法，培养抽象概括能力和逻辑思维能力； 2.能力目标：经历从实际情境中抽象出一元二次不等式模型的过程和通过函数图象探究一元二次不等式与相应函数、方程的联系，获得一元二次不等式的解法； 3.情感目标：激发学习数学的热情，培养勇于探索的精神，勇于创新精神，同时体会事物之间普遍联系的辩证思想.
教学重点	从实际情境中抽象出一元二次不等式模型；一元二次不等式的解法.
教学难点	理解二次函数、一元二次方程与一元二次不等式解集的关系.
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

1．课题导入

从实际情境中抽象出一元二次不等式模型：

课本 P76 互联网的收费问题

教师引导学生分析问题、解决问题，最后得到一元二次不等式模型： $x^2-5x<0$.

2．讲授新课

（1）一元二次不等式的定义

象 $x^2-5x<0$ 这样，只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的不等式，称为一元二次不等式.

（2）探究一元二次不等式的解集

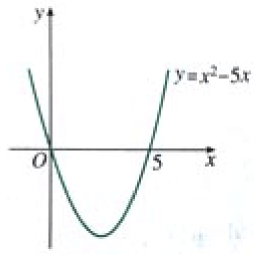
怎样求不等式 $x^2-5x<0$ 的解集呢？

探究：

①二次方程的根与二次函数的零点的关系

容易知道：二次方程的有两个实数根：$x_1=0, x_2=5$

二次函数有两个零点：$x_1=0, x_2=5$



于是，我们得到：二次方程的根就是二次函数的零点.

②观察图象，获得解集

画出二次函数 $y=x^2-5x$ 的图象，如图，观察函数图象，可知：

当 $x<0$，或 $x>5$ 时，函数图象位于 x 轴上方，此时，$y>0$，即 $x^2-5x>0$；

当 $0<x<5$ 时，函数图象位于 x 轴下方，此时，$y<0$，即 $x^2-5x<0$；

所以，不等式 $x^2-5x<0$ 的解集是 $\{x|0<x<5\}$，从而解决了本节开始时提出的问题.

（3）探究一般的一元二次不等式的解法

任意的一元二次不等式，总可以化为以下两种形式：$ax^2+bx+c>0$，或 $ax^2+bx+c<0 \quad (a>0)$.

一般地，怎样确定一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ 与 $ax^2+bx+c<0$ 的解集呢？

组织学生讨论：

从上面的例子出发，综合学生的意见，可以归纳出确定一元二次不等式的解集，关键要考虑以下两点：

①抛物线与 x 轴的相关位置的情况，也就是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的情况；

②抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的开口方向，也就是 a 的符号.

总结讨论结果：

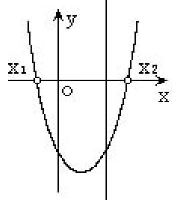
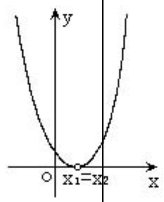
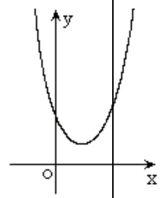
①抛物线 $y=ax^2+bx+c \ (a>0)$ 与 x 轴的相关位置，分为三种情况，这可以由一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 三种取值情况（$\Delta>0$，$\Delta=0$，$\Delta<0$）来确定. 因此，要分二种情况讨论.

② $a<0$ 可以转化为 $a>0$

分 $\Delta>0$，$\Delta=0$，$\Delta<0$ 三种情况，得到一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ 与 $ax^2+bx+c<0 \ (a>0)$

的解集.

设相应的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ 的两根为 x_1、x_2 且 $x_1\leq x_2$， $\Delta=b^2-4ac$，则不等式的解的各种情况如下表：(让学生独立完成课本第 77 页的表格)

	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
二次函数 $y=ax^2+bx+c$ $(a>0)$ 的图象			
一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$	有两相异实根 x_1, x_2 $(x_1<x_2)$	有两相等实根 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$	无实根
$ax^2+bx+c>0$ $(a>0)$ 的解集	$\{x\mid x<x_1$或$x>x_2\}$	$\left\{x\middle\vert x\neq-\dfrac{b}{2a}\right\}$	R
$ax^2+bx+c<0$ $(a>0)$ 的解集	$\{x\mid x_1<x<x_2\}$	$\varnothing$	$\varnothing$

3．范例讲解

例 1 (课本第 78 页)求不等式 $4x^2-4x+1>0$ 的解集.

解：因为 $\Delta=0$，方程 $4x^2-4x+1=0$ 的解是 $x_1=x_2=\dfrac{1}{2}$.

所以，原不等式的解集是 $\left\{x\middle\vert x\neq\dfrac{1}{2}\right\}$.

评述：本题主要熟悉最简单一元二次不等式的解法，一定要保证步骤正确，计算准确.

变式训练：课本第 80 页第 1 题(1)，(4)，(6).

例 2 (课本第 78 页)解不等式 $-x^2+2x-3>0$.

解：整理，得 $x^2-2x+3<0$.

因为 $\Delta<0$，方程 $x^2-2x+3=0$ 无实数解，

所以不等式 $x^2-2x+3<0$ 的解集是 $\varnothing$.

从而，原不等式的解集是 $\varnothing$.

评述：将 $-x^2+2x-3>0$ 转化为 $x^2-2x+3<0$ 的过程注意符号的变化，这是解题关键之处，讲课要放慢速度.

变式训练：课本第 80 页第 1 题(2)，(3)，(5) (7).

4. 课时小结

解一元二次不等式的步骤：

①将二次项系数化为“+”：$A=ax^2+bx+c>0$（或<0）$(a>0)$.

②计算判别式Δ，分析不等式的解的情况：

i．$\Delta>0$时，求根$x_1<x_2$，$\begin{cases}若A>0，则x<x_1或>x_2;\\ 若A<0，则x_1<x<x_2.\end{cases}$

ii．$\Delta=0$时，求根，$\begin{cases}若A>0，则x\neq x_0的一切实数;\\ 若A<0，则x\in\varnothing;\\ 若A\leq 0，则x=x_0.\end{cases}$

iii．$\Delta<0$时，方程无解，$\begin{cases}若A>0，则x\in\mathbf{R};\\ 若A\leq 0，则x\in\varnothing.\end{cases}$

③写出解集.

【作业布置】

课本第 80 页习题 3.2[A]组第 1 题

【板书设计】

一元二次不等式的定义 探究一元二次不等式 $x^2-5x<0$ 的解集	一元二次不等式的解的各种情况列表	范例讲解 例 1 练习 例 2 练习

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

四、缺点：

复杂形式不等式解法，思路不明

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第五、六课时

基本信息	
教学主题	含绝对值的不等式解法
教学目标	1. 认知目标：从绝对值的意义出发，掌握形如 ｜x｜= a 的方程和形如 ｜x｜＞a, ｜x｜＜ a (a>0) 不等式的解法，并了解数形结合、分类讨论的思想。 2. 能力目标：理解相关概念； 3. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气。
教学重点	含绝对值的不等式的几种解法
教学难点	复杂形式的绝对值不等式符号处理
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

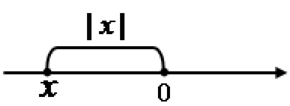
（一）复习回顾

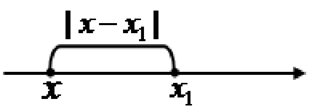
1.绝对值的定义:

$$|x|=\begin{cases} x, x>0 \\ 0, x=0 \\ -x, x<0 \end{cases}$$

2.绝对值的几何意义：

一个数的绝对值表示这个数对应的点到原点的距离。

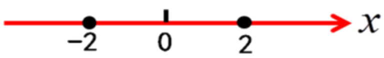




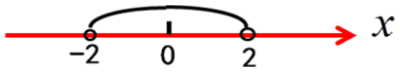
（二）讲授新课

1、不等式$|x|<a$（或$|x|>a$）$(a>0)$的解法

先来看一个特殊的例子，方程$|x|=2$. 由绝对值的定义可知，它表示到原点距离为 2 的点，结合数轴，我们可以知道方程的解是$x=2$或$x=-2$.

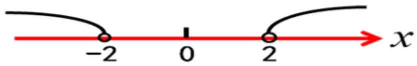


我们再来看相应的不等式$|x|<2$与$|x|>2$. 由绝对值的几何意义，结合数轴表示易知，$|x|<2$表示数轴上到原点距离小于 2 的点的集合，在数轴上表示如下



我们用前面学习的集合来表示它的解，则应表示为：$\{x|-2<x<2\}$.

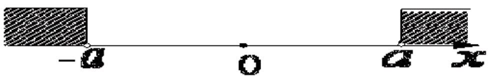
同样，$|x|>2$表示到原点距离大于 2 的集合，在数轴上的表示为



用集合表示为$\{x|x>2$或$x<-2\}$.

根据上面的思路，结合数轴，我们可以得到一般的情况，$|x|<a(a>0)$表示到原点的距离小于a的点，它的解集为$\{x|-a<x<a\}(a>0)$，数轴表示为

不等式$|x|>a(a>0)$表示到原点的距离大于a的点，不等式的解集为$\{x|x>a$或$x<-a\}(a>0)$，数轴表示如下



注：在这里，如果不等式的不等号是“小于”，则解集里用“且”连接，即我们学习的“交”；如果不等式的不等号是“大于”时，解集里应用“或”连接，即我们学习的“并”．结合数轴，大家可以这样记忆：“大于分两边，小于居中间”；其次就是我们把结果要写成集合的形式.

大家思考一下，如果把上面的不等号分别变为“≤”或“≥”，不等式的解集又该是什么呢？其实只需把上面不等式的解集中的不等号“<”与“>”分别改为“≤”或“≥”就行了.

（引导学生思考）

- **如果把|x|<2 中的 x 换成“x-1”,也就是 | x-1 |<2 如何解？**
- **如果把|x|>2 中的 x 换成“3x-1”,也就是| 3x-1|>2 如何解？**

2、不等式$|f(x)|<a$（或$|f(x)|>a$）$(a>0)$的解法

在小学学习方程和比的时候，诸如$\frac{2x+3}{2}=7$，是将$2x+3$看为整体，解出$2x+3=14$，再解出x，我们称这种方法为“整体代换”方法. 同样在这里，我们也可以运用这种思想，将$f(x)$看成一个整体，即令$y=f(x)$，则$|y|=|f(x)|$，不等式就等价于$|y|<a$，与$|y|>a(a>0)$这就是我们刚刚学习了的不等式，我们就容易得出它们的解集分别为$\{y|-a<y<a\}$与$\{y|y>a,或y<-a\}(a>0)$，我们再将$y=f(x)$代进去即可求得原不等式的解集. 同前面讨论的一样，我们也可以得出$|f(x)|\le a$与$|f(x)|\ge a\ (a>0)$的解集. 现在我们来看以下一些例子.

例 1 解不等式 (1)$|3x-1|\le 2$.

分析：这个不等式就是我们刚刚讲的$|f(x)|\le a\ (a>0)$的类型含绝对值不等式. 我们把$3x-1$看成一个整体，则原不等式可变形为$-2\le 3x-1\le 2$，根据不等式的相关知识，很容易就能得到原不等式的解集，现在我们把步骤写一下.

解：由原不等式可得$-2\le 3x-1\le 2$，

整理可得 $-\frac{1}{3}\le x\le 1$

所以原不等式的解集为$\left\{x\middle|-\frac{1}{3}\le x\le 1\right\}$.

说明：大家在以后的解题过程中一定要记住，我们常把结果表示成集合的形式，在计算的过程中也要注意计算的准确性.

例 1 解不等式 (2)$|2-3x|\ge 7$.

分析 1：这是$|f(x)|\ge a\ (a>0)$的类型. 同样把$2-3x$看成一个整体，则原不等式可变形为$2-3x\ge 7或2-3x\le -7$，即可得到原不等式的解集. 现在大家想想这个题还有其他解法吗？

分析 2：绝对值有这样一个性质：$|-a|=|a|$. 对这个题，我们可以用这个性质，即$|2-3x|=|3x-2|$，这样我们将x前面的系数由负数变为正数，这样计算比原来的计算更为简便，也可以避免计算上的失误，步骤大家自己下去写一下.

答案是 $\left\{x\middle|\ x\ge 3,或x\le -\frac{5}{3}\right\}$

大家在解这种类型的题时，可以运用绝对值的性质$|-a|=|a|$将x前面的系数由负数变为正数，这样可以减小计算量.

练习：解不等式(3)$|x^2-3x|<4$（请一位同学上来演练一下，其他同学在下面自己做一下．对学生的演练进行评价，正确的加以鼓励，错误的指出原因）

答案为 $\{x|-1<x<4\}$

例 2 、解下列不等式

$(1)1<|x-2|\le 3 \qquad (2)3<|2x+1|<5$

（教师重点对不等式（1）进行讲解，去掉绝对值的两种途径。请一位同学上来演练不等式（2），其他同学在下面自己做。）

解：(1)法一：原不等式等价于不等式组

$$\begin{cases}|x-2|>1\\|x-2|\le 3\end{cases} \quad 即\begin{cases}x-2<-1或x-2>1\\-3\le x-2\le 3\end{cases}$$

$$\therefore -3\le x-2<-1,或1<x-2\le 3 \qquad \therefore -1\le x<1或3<x\le 5$$

故原不等式的解集为$\{x|-1\le x\le 1或3<x\le 5\}$

解：(1)法二：原不等式可化为

$$①\begin{cases}x-2\ge 0\\1<x-2\le 3\end{cases}\Rightarrow 1<x-2\le 3\Rightarrow 3<x\le 5$$

$$②\begin{cases}1<-(x-2)\le 3\\x-2<0\end{cases}\Rightarrow -3<x-2\le -1\Rightarrow -1<x\le 1$$

故原不等式的解集为$\{x|-1\le x\le 1或3<x\le 5\}$

3、**不等式**$a<|f(x)|<b(b>a>0)$ **的解法**

$$a<|f(x)|<b\left(b>a>0\right)\Leftrightarrow a<f(x)<b或-b<f(x)<-a$$

$(2)\{x|-3<x<-2或1<x<2\}$

例 3 解下列不等式 $|5x-6|<6-x$

（先让同学们在下面自己做，然后分别点两个同学上来讲解自己的解题过程。教师对学生的讲解适当的点评，正确地加以鼓励，错误地指出原因。）

解法一：（对绝对值里面的代数式符号讨论）原不等式可化为

$$\left.\begin{aligned}&①\begin{cases}5x-6\ge 0\\5x-6<6-x\end{cases}\Rightarrow 0\le 5x-6<6-x\\&②\begin{cases}5x-6<0\\-(5x-6)<6-x\end{cases}\Rightarrow -(6-x)<5x-6<0\end{aligned}\right\}\Rightarrow -(6-x)<5x-6<6-x$$

故原不等式的解集为$\{x|0<x<2\}$

解法二：（对$6-x$符号讨论）

当$6-x\le 0$时，显然无解

当$6-x>0$时，原不等式可化为

$-(6-x)<5x-6<6-x$

解之得$0<x<2$

故原不等式的解集为$\{x|0<x<2\}$

（教师由上面两个同学的讲解过程引导学生得出$|f(x)<g(x),|f(x)|>g(x)$型不等式的等价条件。）

4、不等式$|f(x)<g(x),|f(x)|>g(x)$的解法

$|f(x)|<g(x)\Leftrightarrow -g(x)<f(x)<g(x)$

$|f(x)|>g(x)\Leftrightarrow f(x)<-g(x)$或$f(x)>g(x)$

（三）课时小结

1.含绝对值不等式解法关键是去掉绝对值符号.

2.注意在解决问题过程中不等式的几何意义.

3.其它形式的含有绝对值的不等式解法要知道其依据.

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

三、缺点：

课堂留白时间不够

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第七、八课时

基本信息	
教学主题	不等式解法举例
教学目标	1.认知目标：巩固一元二次方程、一元二次不等式与二次函数的关系，进一步熟练解一元二次不等式的解法； 2.能力目标：培养数形结合的能力，一题多解的能力，培养抽象概括能力和逻辑思维能力； 3.情感目标：激发学习数学的热情，培养勇于探索的精神，勇于创新精神，同时体会从不同侧面观察同一事物思想。
教学重点	熟练掌握一元二次不等式的解法
教学难点	理解一元二次不等式与一元二次方程、二次函数的关系
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

1．课题导入

（1）一元二次方程、一元二次不等式与二次函数的关系

（2）一元二次不等式的解法步骤——课本第 77 页的表格

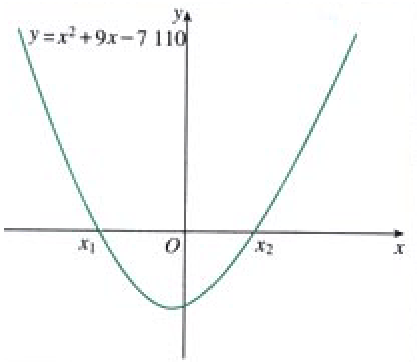
2．范例讲解

例 3　某种牌号的汽车在水泥路面上的刹车距离 s m 和汽车的速度 x km/h 有如下的关系：$s=\frac{1}{20}x+\frac{1}{180}x^2$．

在一次交通事故中，测得这种车的刹车距离大于 39.5m，那么这辆汽车刹车前的速度是多少？（精确到 0.01km/h）

解：设这辆汽车刹车前的速度至少为 x km/h，根据题意，我们得到 $\frac{1}{20}x+\frac{1}{180}x^2>39.5$

移项整理得：$x^2+9x-7110>0$



显然$\triangle>0$，方程$x^2+9x-7110=0$有两个实数根，即$x_1\approx-88.94,\ x_2\approx79.94$.

所以不等式的解集为$\{x\,|\,x<-88.94,\ \text{或}x>79.94\}$.

在这个实际问题中，$x>0$，所以这辆汽车刹车前的车速至少为79.94km/h.

评述：注意体会三个“二次”之间的关系.

变式训练：课本第80页练习2

例4　一个汽车制造厂引进了一条摩托车整车装配流水线，这条流水线生产的摩托车数量x（辆）与创造的价值y（元）之间有如下的关系：

$y=-2x^2+220x$

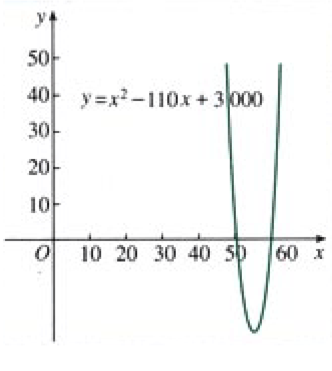
若这家工厂希望在一个星期内利用这条流水线创收6000元以上，那么它在一个星期内大约应该生产多少辆摩托车？

解：设在一个星期内大约应该生产x辆摩托车，根据题意，我们得到

$-2x^2+220x>6000$

移项整理，得

$x^2-110x+3000<0$



因为$\triangle=100>0$，所以方程$x^2-110x+3000=0$有两个实数根$x_1=50,\ x_2=60$.

由二次函数的图象，得不等式的解为：$50<x<60$.

因为x只能取正整数，所以，当这条摩托车整车装配流水线在一周内生产的摩托车数量在51-59辆之间时，这家工厂能够获得6000元以上的收益.

评述：教师板书图象的绘制过程，以起到示范作用.

变式训练：课本第80页习题3.2 A组第5题.

3．补充例题

例 5　设 $A=\{x\,|\,x^2-4x+3<0\}$，$B=\{x\,|\,x^2-2x+a-8\le 0\}$，且 $A\subseteq B$，求 a 的取值范围.

解： 令 $f(x)=x^2-2x+a-8$ 由 $A\subseteq B$，及二次函数图象的性质可得

$\begin{cases} f(1)\le 0 \\ f(3)\le 0 \end{cases}$，即 $\begin{cases} 1-2+a-8\le 0 \\ 9-6+a-8\le 0 \end{cases}$，解之得 $-9\le a\le 5$.

因此 a 的取值范围是 $-9\le a\le 5$.

评述： 留足思考时间，弄清楚两个集合对应二次函数图象之间的关系.

变式训练： 课本第 80 页习题 3.2 A 组第 3 题.

4．课时小结

进一步熟练掌握一元二次不等式的解法；

一元二次不等式与一元二次方程以及一元二次函数的关系.

【板书设计】

一元二次不等式的解法步骤 一元二次方程、一元二次不等式与二次函数的关系	范例讲解 例 3 练习 例 4 练习	补充例题 例 5 练习

【作业布置】

课本第 80 页习题 3.2[A]组第 4，6 题

教学反思
一、优点： 师生互动活跃，课堂氛围良好 **二、缺点：** 课堂留白时间不够 **三、改进：** 适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第九、十课时

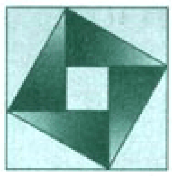
基本信息	
教学主题	基本不等式
教学目标	一、知识与技能 1．探索并了解基本不等式的证明过程，体会证明不等式的基本思想方法；　　2．会用基本不等式解决简单的最大（小）值问题； 3．学会推导并掌握基本不等式，理解这个基本不等式的几何意义，并掌握定理中的不等号“≥”取等号的条件是：当且仅当这两个数相等； 4．理解两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数的证明以及它的几何解释． 二、过程与方法 1.通过实例探究抽象基本不等式； 2.本节学习是学生对不等式认知的一次飞跃．要善于引导学生从数和形两方面深入地探究不等式的证明，从而进一步突破难点．变式练习的设计可加深学生对定理的理解，并为以后实际问题的研究奠定基础．两个定理的证明要注重严密性，老师要帮助学生分析每一步的理论依据，培养学生良好的数学品质． 三、情感、态度与价值观 1．通过本节的学习，体会数学来源于生活，提高学习数学的兴趣； 2．培养学生举一反三的逻辑推理能力，并通过不等式的几何解释，丰富学生数形结合的想象力．
教学重点	应用数形结合的思想理解不等式，并从不同角度探索不等式的证明过程．
教学难点	理解基本不等式等号成立条件及“当且仅当时取等号”的数学内涵．
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

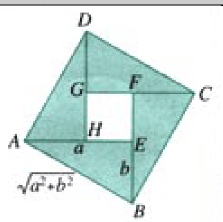
教学设计

一、问题情景

1.提问：$\frac{a+b}{2}$与$\sqrt{ab}$哪个大？

2.基本不等式$\sqrt{ab}\le\frac{a+b}{2}$的几何背景：





如图是在北京召开的第24界国际数学家大会的会标，会标是根据中国古代数学家赵爽的弦图设计的，颜色的明暗使它看上去象一个风车，代表中国人民热情好客．你能在这个图案中找出一些相等关系或不等关系吗？（教师引导学生从面积的关系去找相等关系或不等关系）．

二、学生活动

问题 1　我们把“风车”造型抽象成上图．在正方形$ABCD$中有 4 个全等的直角三角形．设直角三角形的长为a，b，那么正方形的边长为多少？面积为多少呢？

生答：$\sqrt{a^2+b^2}, a^2+b^2$．

问题 2　那 4 个直角三角形的面积和呢？

生答　$2ab$．

问题 3　好，根据观察 4 个直角三角形的面积和正方形的面积，我们可得容易得到一个不等式，$a^2+b^2 \geq 2ab$．什么时候这两部分面积相等呢？

生答：当直角三角形变成等腰直角三角形，即$x=y$时，正方形 EFGH 变成一个点，这时有 $a^2+b^2 \geq 2ab$．

三、建构数学

1．重要不等式：一般地，对于任意实数 a，b，我们有$a^2+b^2 \geq 2ab$，当且仅当$a=b$时，等号成立．

问题 4：你能给出它的证明吗？(学生尝试证明后口答, 老师板书)

证明：$a^2+b^2-2ab=(a-b)^2, 当a \neq b时, (a-b)^2>0, 当a=b时, (a-b)^2=0,$

所以 $$a^2+b^2 \geq 2ab$$

注意强调：当且仅当$a=b$时，$a^2+b^2=2ab$

注意：(1）等号成立的条件，“当且仅当”指充要条件；

（2） 公式中的字母和既可以是具体的数字，也可以是比较复杂的变量式，因此应用范围比较广泛．

问题 5：将a降次为$\sqrt{a}$，b降次为$\sqrt{b}$，则由这个不等式可以得出什么结论？

2．基本不等式：对任意正数a，b，有$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$，当且仅当$a=b$时等号成立．（学生讨论回答证明方法）

证法 1：$\frac{a+b}{2}-\sqrt{ab}=\frac{1}{2}[(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2-2\sqrt{a}\sqrt{b}]=\frac{1}{2}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ 当且仅当$\sqrt{a}=\sqrt{b}$即$a=b$时，取“$=$”．

证法 2：要证$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$，只要证$2\sqrt{ab} \leq a+b$，只要证$0 \leq a-2\sqrt{ab}+b$，只要证

$0 \le (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$. 因为最后一个不等式成立，所以 $\sqrt{ab} \le \dfrac{a+b}{2}$ 成立，当且仅当 $\sqrt{a}=\sqrt{b}$ 即 $a=b$ 时，取"="号.

证法 3：对于正数 a,b 有 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \ge 0$，

$\Rightarrow a+b-2\sqrt{ab} \ge 0 \Rightarrow a+b \ge 2\sqrt{ab}, \Rightarrow \dfrac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab}$

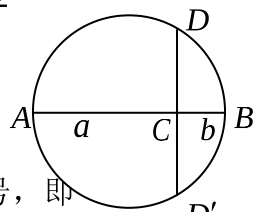
说明：把 $\dfrac{a+b}{2}$ 和 $\sqrt{ab}$ 分别叫做正数 a,b 的算术平均数和几何平均数，上述不等式可叙述为：两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数.

注意：（1）基本不等式成立的条件是：$a \ge 0, b \ge 0$；

（2）不等式证明的三种方法：比较法（证法 1）、分析法（证法 2）、综合法（证法 3）；

（3）$\dfrac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab}$ 的几何解释：（如图 1）以 $a+b$ 为直径作圆，在直径 AB 上取一点 C，过 C 作弦 $DD' \perp AB$，则 $CD^2 = CA \cdot CB = ab$，从而 $CD=\sqrt{ab}$，而半径 $\dfrac{a+b}{2} \ge CD = \sqrt{ab}$

基本不等式 $\sqrt{ab} \le \dfrac{a+b}{2}$ 几何意义是："半径不小于半弦"；



（图 1）

（4）当且仅当 $a=b$ 时，取"="的含义：一方面是当 $a=b$ 时取等号，即 $a=b \Rightarrow \sqrt{ab}=\dfrac{a+b}{2}$；另一方面是仅当 $a=b$ 时取等号，即 $\sqrt{ab}=\dfrac{a+b}{2} \Rightarrow a=b$；

（5）如果 $a,b \in R$，那么 $a^2+b^2 \ge 2ab$（当且仅当 $a=b$ 时取"="）；

（6）如果把 $\dfrac{a+b}{2}$ 看作是正数 a、b 的等差中项，$\sqrt{ab}$ 看作是正数 a，b 的等比中项，那么该定理可以叙述为：两个正数的等差中项不小于它们的等比中项.

四、数学运用

1．例题.

例 1　设 a,b 为正数，证明下列不等式成立：（1）$\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b} \ge 2$；（2）$a+\dfrac{1}{a} \ge 2$.

证明　（1）$\because a,b$ 为正数，$\therefore \dfrac{b}{a},\dfrac{a}{b}$ 也为正数，由基本不等式得 $\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b} \ge 2\sqrt{\dfrac{b}{a}\cdot\dfrac{a}{b}}=2$ $\therefore$ 原不等式成立.

（2）$\because a,\dfrac{1}{a}$ 均为正数，由基本不等式得 $a+\dfrac{1}{a} \ge 2\sqrt{a\cdot\dfrac{1}{a}}=2$，$\therefore$ 原不等式成立.

例 2　已知 a,b,c 为两两不相等的实数，求证：$a^2+b^2+c^2>ab+bc+ca$.

证明　∵ a,b,c 为两两不相等的实数，∴ $a^2+b^2>2ab$，$b^2+c^2>2bc$，$c^2+a^2>2ca$，

以上三式相加：$2(a^2+b^2+c^2)>2ab+2bc+2ca$，

所以，$a^2+b^2+c^2>ab+bc+ca$.

例 3　已知 a,b,c,d 都是正数，求证 $(ab+cd)(ac+bd)\geq 4abcd$.

证明　由 a,b,c,d 都是正数，得：$\dfrac{ab+cd}{2}\geq\sqrt{ab\cdot cd}>0$，$\dfrac{ac+bd}{2}\geq\sqrt{ac\cdot bd}>0$，

∴ $\dfrac{(ab+cd)(ac+bd)}{4}\geq abcd$，即 $(ab+cd)(ac+bd)\geq 4abcd$.

2．练习.

（1）已知 x,y 都是正数，求证：$(x+y)(x^2+y^2)(x^3+y^3)\geq 8x^3y^3$；

（2）已知 a,b,c 都是正数，求证：$(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8abc$；

（3）思考题：若 $x<0$，求 $x+\dfrac{1}{x}$ 的最大值.

五、要点归纳与方法小结

本节课学习了以下内容：

1．算术平均数与几何平均数的概念；

2．基本不等式及其应用条件；

3．不等式证明的三种常用方法.

小结　正数的算术平均数不小于它们的几何平均数.

六、课外作业

课后练习第 2 题，第 6 题；习题 3.4 第 1 题，第 2 题，第 3 题.

教学反思
一、优点：师生互动活跃，课堂氛围良好 **二、缺点：**课堂留白时间不够 **三、改进：**适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第三单元　函数

第一、二课时

基本信息	
教学主题	函数的概念
教学目标	1. 认知目标：通过丰富实例，进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型，在此基础上学习用集合与对应的语言来刻画函数，体会对应关系在刻画函数概念中的作用； 2. 能力目标：用函数概念解决实际问题； 3. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气。
教学重点	理解函数的模型化思想，用合与对应的语言来刻画函数
教学难点	符号“y=f(x)”的含义，函数定义域和值域的区间表示
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

一、　　引入课题

1.　复习初中所学函数的概念，强调函数的模型化思想；

2.　阅读课本引例，体会函数是描述客观事物变化规律的数学模型的思想：

（1）炮弹的射高与时间的变化关系问题；

（2）南极臭氧空洞面积与时间的变化关系问题；

（3）“八五”计划以来我国城镇居民的恩格尔系数与时间的变化关系问题

备用实例：

我国 2003 年 4 月份非典疫情统计：

日　期　22　23　24　25　26　27　28　29　30

新增确诊病例数　106 105 89　103 113 126 98　152 101

3.　引导学生应用集合与对应的语言描述各个实例中两个变量间的依赖关系；

4.　根据初中所学函数的概念，判断各个实例中的两个变量间的关系是否是函数关系.

二、　　新课教学

（一）函数的有关概念

1．函数的概念：

设 A、B 是非空的数集，如果按照某个确定的对应关系 f，使对于集合 A 中的任意一个数 x，在集合 B 中都有唯一确定的数 f(x)和它对应，那么就称 f：A→B 为从集合 A 到集合 B 的一个函数（function）．

记作：　　　　　y=f(x)，x∈A．

其中，x 叫做自变量，x 的取值范围 A 叫做函数的定义域（domain）；与 x 的值相对应的 y 值叫做函数值，函数值的集合{f(x)| x∈A }叫做函数的值域（range）．

注意：

○1 “y=f(x)”是函数符号，可以用任意的字母表示，如“y=g(x)”；

○2 函数符号“y=f(x)”中的 f(x)表示与 x 对应的函数值，一个数，而不是 f 乘 x．

2． 构成函数的三要素：

定义域、对应关系和值域

3．区间的概念

（1）区间的分类：开区间、闭区间、半开半闭区间；

（2）无穷区间；

（3）区间的数轴表示．

4．一次函数、二次函数、反比例函数的定义域和值域讨论

（由学生完成，师生共同分析讲评）

（二）典型例题

1．求函数定义域

课本 P20 例 1

解：（略）

说明：

○1 函数的定义域通常由问题的实际背景确定，如果课前三个实例；

○2 如果只给出解析式 y=f(x)，而没有指明它的定义域，则函数的定义域即是指能使这个式子有意义的实数的集合；

○3 函数的定义域、值域要写成集合或区间的形式．

巩固练习：课本 P22 第 1 题

2．判断两个函数是否为同一函数

课本 P21 例 2 解：（略） 说明： ○1 构成函数三个要素是定义域、对应关系和值域．由于值域是由定义域和对应关系决定的，所以，如果两个函数的定义域和对应关系完全一致，即称这两个函数相等（或为同一函数） ○2 两个函数相等当且仅当它们的定义域和对应关系完全一致，而与表示自变量和函数值的字母无关。 巩固练习： ○1 课本 P22 第 2 题 ○2 判断下列函数 f（x）与 g（x）是否表示同一个函数，说明理由？ （1）f (x) = (x －1) 0；g (x) = 1 （2）f (x) = x； g (x) = （3）f (x) = x 2；f (x) = (x + 1) 2 （4）f (x) = | x | ；g (x) = 三、 归纳小结，强化思想 从具体实例引入了函数的的概念，用集合与对应的语言描述了函数的定义及其相关概念，介绍了求函数定义域和判断同一函数的典型题目，引入了区间的概念来表示集合。
教学反思
一、优点： 师生互动活跃，课堂氛围良好。 **二、缺点：** 定义给的比较突然，学生掌握的不是太好。 **三、改进：** 没有给足够多的时间让学生思考，如给出问题“以上三个实例，他们于什么共同特点？”

第三、四课时

基本信息	
教学主题	函数的表示方法
教学目标	1.认知目标：明确函数的三种表示方法；在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法表示函数；通过具体实例，了解简单的分段函数，并能简单应用； 2.能力目标：用函数概念解决实际问题； 3.情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气。
教学重点	函数的三种表示方法，分段函数的概念.
教学难点	分段函数的表示及其图象
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

一、　引入课题

1.　复习：函数的概念；

2.　常用的函数表示法及各自的优点：

（1）解析法；

（2）图象法；

（3）列表法.

二、　新课教学

（一）典型例题

例 1．某种笔记本的单价是 5 元，买 x（x∈{1，2，3，4，5}）个笔记本需要 y 元．试用三种表示法表示函数 y=f(x)．

分析：注意本例的设问，此处“y=f(x)”有三种含义，它可以是解析表达式，可以是图象，也可以是对应值表.

解：（略）

注意：

○1 函数图象既可以是连续的曲线，也可以是直线、折线、离散的点等等，注意判断一个图形是否是函数图象的依据；

〇2 解析法：必须注明函数的定义域；

〇3 图象法：是否连线；

〇4 列表法：选取的自变量要有代表性，应能反映定义域的特征．

巩固练习：

课本 P27 练习第 1 题

例 2．下表是某校高一（1）班三位同学在高一学年度几次数学测试的成绩及班级及班级平均分表：

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次
王 伟	98	87	91	92	88	95
张 城	90	76	88	75	86	80
赵 磊	68	65	73	72	75	82
班平均分	88．2	78．3	85．4	80．3	75．7	82．6

请你对这三们同学在高一学年度的数学学习情况做一个分析．

分析：本例应引导学生分析题目要求，做学情分析，具体要分析什么？怎么分析？借助什么工具？

解：（略）

注意：

〇1 本例为了研究学生的学习情况，将离散的点用虚线连接，这样更便于研究成绩的变化特点；

〇2 本例能否用解析法？为什么？

巩固练习：

课本 P27 练习第 2 题

例 3．画出函数 $y = | x |$．

解：（略）

拓展练习：

任意画一个函数 $y=f(x)$ 的图象，然后作出 $y=|f(x)|$ 和 $y=f(|x|)$ 的图象，并尝试简要说明三者（图象）之间的关系．

例 4．某市郊空调公共汽车的票价按下列规则制定：

（1） 乘坐汽车 5 公里以内，票价 2 元；

（2） 5 公里以上，每增加 5 公里，票价增加 1 元（不足 5 公里按 5 公里计算）．

已知两个相邻的公共汽车站间相距约为 1 公里，如果沿途（包括起点站和终点站）设 20 个汽车站，请根据题意，写出票价与里程之间的函数解析式，并画出函数的图象．

分析：本例是一个实际问题，有具体的实际意义．根据实际情况公共汽车到站才能停车，所以行车里程只能取整数值．

解：设票价为 y 元，里程为 x 公里，同根据题意，

如果某空调汽车运行路线中设 20 个汽车站（包括起点站和终点站），那么汽车行驶的里程约为 19 公里，所以自变量 x 的取值范围是{x∈N*| x≤19}．

由空调汽车票价制定的规定，可得到以下函数解析式：

( )

根据这个函数解析式，可画出函数图象，如下图所示：

注意：

○1 本例具有实际背景，所以解题时应考虑其实际意义；

○2 本题可否用列表法表示函数，如果可以，应怎样列表？

实践与拓展：

请你设计一张乘车价目表，让售票员和乘客非常容易地知道任意两站之间的票价．（可以实地考查一下某公交车线路）

说明：象上面两例中的函数，称为分段函数．

注意：分段函数的解析式不能写成几个不同的方程，而就写函数值几种不同的表达式并用一个左大括号括起来，并分别注明各部分的自变量的取值情况．

三、　　归纳小结，强化思想

理解函数的三种表示方法，在具体的实际问题中能够选用恰当的表示法来表示函数，注意分段函数的表示方法及其图象的画法．

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好。

二、缺点：

学生思考的时间不够。

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间。

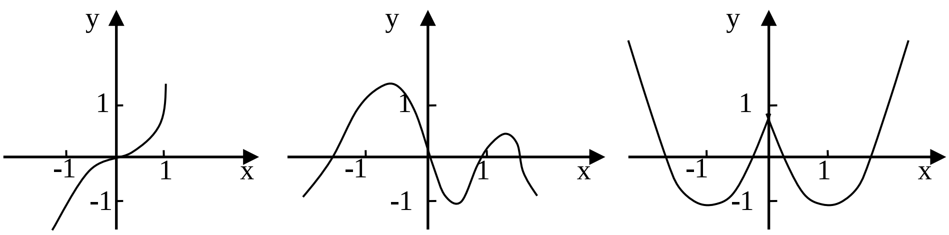
第五、六课时

基本信息	
教学主题	函数的单调性
教学目标	1. 认知目标：通过已学过的函数特别是二次函数，理解函数的单调性及其几何意义，学会运用函数图象理解和研究函数的性质，能够熟练应用定义判断数在某区间上的的单调性．能力目标：用集合概念解决实际问题； 2.能力目标：用函数概念解决实际问题； 3.情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气。
教学重点	函数的单调性及其几何意义
教学难点	利用函数的单调性定义判断、证明函数的单调性
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

引入课题

1． 观察下列各个函数的图象，并说说它们分别反映了相应函数的哪些变化规律：

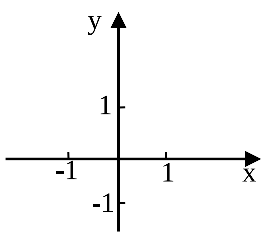


① 随 x 的增大，y 的值有什么变化？

② 能否看出函数的最大、最小值？

③ 函数图象是否具有某种对称性？

2． 画出下列函数的图象，观察其变化规律：



1． $f(x) = x$

① 从左至右图象上升还是下降 ______?

② 在区间 ____________ 上，随着 x 的增大，f(x)的值随着 ________ ．

2． $f(x) = -2x+1$

① 从左至右图象上升还是下降 ______?

② 在区间 ____________ 上，随着 x 的增大，f(x)的值随着 ________ ．

3． $f(x) = x^2$

①在区间 ____________ 上，f(x)的值随

着 x 的增大而 ________ .

② 在区间 ____________ 上，f(x)的值随

着 x 的增大而 ________ .

新课教学

（一）函数单调性定义

1．增函数

一般地，设函数 y=f(x)的定义域为 I，

如果对于定义域 I 内的某个区间 D 内的任意两个自变量 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$，那么就说 f(x)在区间 D 上是增函数（increasing function）.

思考：仿照增函数的定义说出减函数的定义．（学生活动）

注意：

① 函数的单调性是在定义域内的某个区间上的性质，是函数的局部性质；

② 必须是对于区间 D 内的任意两个自变量 x_1，x_2；当 $x_1<x_2$ 时，总有 $f(x_1)<f(x_2)$.

2．函数的单调性定义

如果函数 y=f(x)在某个区间上是增函数或是减函数，那么就说函数 y=f(x)在这一区间具有（严格的）单调性，区间 D 叫做 y=f(x)的单调区间：

3．判断函数单调性的方法步骤

利用定义证明函数 f(x)在给定的区间 D 上的单调性的一般步骤：

① 任取 x_1，x_2∈D，且 $x_1<x_2$；

② 作差 $f(x_1)-f(x_2)$；

③ 变形（通常是因式分解和配方）；

④ 定号（即判断差 $f(x_1)-f(x_2)$的正负）；

⑤ 下结论（即指出函数 f(x)在给定的区间 D 上的单调性）.

（二）典型例题

例 1.（教材 P_{34} 例 1）根据函数图象说明函数的单调性.

解：（略）

巩固练习：课本 P_{38} 练习第 1、2 题

例 2.（教材 P_{34} 例 2）根据函数单调性定义证明函数的单调性.

解：（略）

巩固练习：

① 课本 P_{38} 练习第 3 题；

② 证明函数 $y=x+\dfrac{1}{x}$ 在（1，+∞）上为增函数.

例 3．借助计算机作出函数 $y=-x^2+2|x|+3$ 的图象并指出它的的单调区间.

解：（略）

思考：画出反比例函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图象.

① 这个函数的定义域是什么？

② 它在定义域 ***I*** 上的单调性怎样？证明你的结论.

说明：本例可利用几何画板、函数图象生成软件等作出函数图象.

归纳小结，强化思想

函数的单调性一般是先根据图象判断，再利用定义证明．画函数图象通常借助计算机，求函数的单调区间时必须要注意函数的定义域，单调性的证明一般分五步：

取 值 → 作 差 → 变 形 → 定 号 → 下结论

作业布置

1．书面作业：课本 P_{45} 习题 1．3（A 组） 第 1- 5 题.

2．提高作业：设 f(x)是定义在 ***R*** 上的增函数，f(xy)=f(x)+f(y)，

① 求 f(0)、f(1)的值；

② 若 f(3)=1，求不等式 f(x)+f(x-2)>1 的解集.

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好。

二、缺点：

问题 2-3，没有启发诱导好。

多个单调增（减）区间之间需用“，”或“和”，而不能用“∪”，在这一点上也没有讲透，讲到位。

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间。

第七、八课时

基本信息	
教学主题	函数的最大（小）值
教学目标	1. 认知目标：理解函数的最大（小）值及其几何意义；学会运用函数图象理解和研究函数的性质； 2. 能力目标：用函数概念解决实际问题； 3. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气。
教学重点	函数的最大（小）值及其几何意义
教学难点	利用函数的单调性求函数的最大（小）值
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

一、 引入课题

画出下列函数的图象，并根据图象解答下列问题：

○1 说出 y=f(x)的单调区间，以及在各单调区间上的单调性；

○2 指出图象的最高点或最低点，并说明它能体现函数的什么特征？

二、 新课教学

（一）函数最大（小）值定义

1．最大值

一般地，设函数 y=f(x)的定义域为 I，如果存在实数 M 满足：

（1）对于任意的 x∈I，都有 f(x)≤M；

（2）存在 x0∈I，使得 f(x0) = M

那么，称 M 是函数 y=f(x)的最大值（Maximum Value）．

思考：仿照函数最大值的定义，给出函数 y=f(x)的最小值（Minimum Value）的定义．（学生活动）

注意：

○1 函数最大（小）首先应该是某一个函数值，即存在 x0∈I，使得 f(x0) = M；

○2 函数最大（小）应该是所有函数值中最大（小）的，即对于任意的 x∈I，都有 f(x)≤M（f(x)≥M）．

2．利用函数单调性的判断函数的最大（小）值的方法

○1 利用二次函数的性质（配方法）求函数的最大（小）值

○2 利用图象求函数的最大（小）值

○3 利用函数单调性的判断函数的最大（小）值

如果函数 y=f(x)在区间[a，b]上单调递增，在区间[b，c]上单调递减则函数 y=f(x)在 x=b 处有最大值 f(b)

如果函数 y=f(x)在区间[a，b]上单调递减，在区间[b，c]上单调递增则函数 y=f(x)在 x=b 处有最小值 f(b)

（二）典型例题

例 1．（教材 P36 例 3）利用二次函数的性质确定函数的最大（小）值.

解：（略）

说明：对于具有实际背景的问题，首先要仔细审清题意，适当设出变量，建立适当的函数模型，然后利用二次函数的性质或利用图象确定函数的最大（小）值.

巩固练习：如图，把截面半径为

25cm 的圆形木头锯成矩形木料，

如果矩形一边长为 x，面积为 y

试将 y 表示成 x 的函数，并画出

函数的大致图象，并判断怎样锯

才能使得截面面积最大？

例 2．（新题讲解）

旅 馆 定 价

一个星级旅馆有 150 个标准房，经过一段时间的经营，经理得到一些定价和住房率的数据如下：

房价（元）　住房率（%）

160 55

140 65

120 75

100 85

欲使每天的的营业额最高，应如何定价？

解：根据已知数据，可假设该客房的最高价为 160 元，并假设在各价位之间，房价与住房率之间存在线

性关系.

设 为旅馆一天的客房总收入， 为与房价160相比降低的房价，因此当房价为 元时，住房率为 ，于是得 =150· · .

由于 ≤1，可知0≤ ≤90.

因此问题转化为：当0≤ ≤90时，求 的最大值的问题.

将 的两边同除以一个常数0.75，得 1=－ 2＋50 ＋17600.

由于二次函数 1在 =25时取得最大值，可知 也在 =25时取得最大值，此时房价定位应是160－25=135（元），相应的住房率为67.5%，最大住房总收入为13668.75（元）.

所以该客房定价应为135元.（当然为了便于管理，定价140元也是比较合理的）

例3.（教材P37例4）求函数 在区间[2，6]上的最大值和最小值.

解：（略）

注意：利用函数的单调性求函数的最大（小）值的方法与格式.

三、 归纳小结，强化思想

函数的单调性一般是先根据图象判断，再利用定义证明.画函数图象通常借助计算机，求函数的单调区间时必须要注意函数的定义域，单调性的证明一般分五步：

取 值 → 作 差 → 变 形 → 定 号 → 下结论

四、 作业布置

1. 书面作业：课本P45 习题1.3（A组） 第6、7、8题.

提高作业：快艇和轮船分别从A地和C地同时开出，如下图，各沿箭头方向航行，快艇和轮船的速度分别是45 km/h和15 km/h，已知AC=150km，经过多少时间后，快艇和轮船之间的距离最短？

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好。

二、缺点：

大部分学生已掌握了画图后再写出函数的最大（小）值，但最大（小）值的概念仍有些抽象，不太理解。

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间。

第九、十课时

基本信息	
教学主题	函数的奇偶性
教学目标	1.认知目标：理解函数的奇偶性及其几何意义；学会运用函数图象理解和研究函数的性质；学会判断函数的奇偶性. 2.能力目标：用函数概念解决实际问题； 3.情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气。
教学重点	函数的奇偶性及其几何意义
教学难点	判断函数的奇偶性的方法与格式
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

引入课题

1．实践操作：（也可借助计算机演示）

取一张纸，在其上画出平面直角坐标系，并在第一象限任画一可作为函数图象的图形，然后按如下操作并回答相应问题：

① 以 y 轴为折痕将纸对折，并在纸的背面（即第二象限）画出第一象限内图形的痕迹，然后将纸展开，观察坐标系中的图形；

问题：将第一象限和第二象限的图形看成一个整体，则这个图形可否作为某个函数 y=f(x)的图象，若能请说出该图象具有什么特殊的性质？函数图象上相应的点的坐标有什么特殊的关系？

答案：（1）可以作为某个函数 y=f(x)的图象，并且它的图象关于 y 轴对称；

（2）若点（x，f(x)）在函数图象上，则相应的点（－x，f(x)）也在函数图象上，即函数图象上横坐标互为相反数的点，它们的纵坐标一定相等.

② 以 y 轴为折痕将纸对折，然后以 x 轴为折痕将纸对折，在纸的背面（即第三象限）画出第一象限内图形的痕迹，然后将纸展开，观察坐标系中的图形：

问题：将第一象限和第三象限的图形看成一个整体，则这个图形可否作为某个函数 y=f(x)的图象，若能请说出该图象具有什么特殊的性质？函数图象上相应的点的坐标有什么特殊的关系？

答案：（1）可以作为某个函数 y=f(x)的图象，并且它的图象关于原点对称；

（2）若点（x，f(x)）在函数图象上，则相应的点（－x，－f(x)）也在函数图象上，即函数图象上横坐标互为相反数的点，它们的纵坐标也一定互为相反数.

2．观察思考（教材 P_{39}、P_{40} 观察思考）

新课教学

（一）函数的奇偶性定义

象上面实践操作①中的图象关于 y 轴对称的函数即是偶函数，操作②中的图象关于原点对称的函数即是奇函数.

1．偶函数（even function）

一般地，对于函数 f(x)的定义域内的任意一个 x，都有 f(－x)=f(x)，那么 f(x)就叫做偶函数．

（学生活动）：仿照偶函数的定义给出奇函数的定义

2．奇函数（odd function）

一般地，对于函数 f(x)的定义域内的任意一个 x，都有 f(－x)=f(x)，那么 f(x)就叫做奇函数．

注意：

① 函数是奇函数或是偶函数称为函数的奇偶性，函数的奇偶性是函数的整体性质；

② 由函数的奇偶性定义可知，函数具有奇偶性的一个必要条件是，对于定义域内的任意一个 x，则－x 也一定是定义域内的一个自变量（即定义域关于原点对称）．

（二）具有奇偶性的函数的图象的特征

偶函数的图象关于 y 轴对称；

奇函数的图象关于原点对称．

（三）典型例题

1．判断函数的奇偶性

例 1．（教材 P_{36} 例 3）应用函数奇偶性定义说明两个观察思考中的四个函数的奇偶性．（本例由学生讨论，师生共同总结具体方法步骤）

解：（略）

总结：利用定义判断函数奇偶性的格式步骤：

① 首先确定函数的定义域，并判断其定义域是否关于原点对称；

② 确定 f(－x)与 f(x)的关系；

③ 作出相应结论：

若 f(－x) = f(x) 或 f(－x)－f(x) = 0，则 f(x)是偶函数；

若 f(－x) =－f(x) 或 f(－x)＋f(x) = 0，则 f(x)是奇函数．

巩固练习：（教材 P_{41} 例 5）

例 2．（教材 P_{46} 习题 1．3 B 组每 1 题）

解：（略）

说明：函数具有奇偶性的一个必要条件是，定义域关于原点对称，所以判断函数的奇偶性应应首先判断函数的定义域是否关于原点对称，若不是即可断定函数是非奇非偶函数．

2．利用函数的奇偶性补全函数的图象

（教材 P_{41} 思考题）

规律：

偶函数的图象关于 y 轴对称；

奇函数的图象关于原点对称．

说明：这也可以作为判断函数奇偶性的依据．

巩固练习：（教材 P_{42} 练习 1）

3．函数的奇偶性与单调性的关系

（学生活动）举几个简单的奇函数和偶函数的例子，并画出其图象，根据图象判断奇函数和偶函数的单调性具有什么特殊的特征．

例 3．已知 f(x)是奇函数，在(0，＋∞)上是增函数，证明：f(x)在(－∞，0)上也是增函数

解：(由一名学生板演，然后师生共同评析，规范格式与步骤)

规律：

偶函数在关于原点对称的区间上单调性相反；

奇函数在关于原点对称的区间上单调性一致．

归纳小结，强化思想

本节主要学习了函数的奇偶性，判断函数的奇偶性通常有两种方法，即定义法和图象法，用定义法

判断函数的奇偶性时，必须注意首先判断函数的定义域是否关于原点对称．单调性与奇偶性的综合应用是本节的一个难点，需要学生结合函数的图象充分理解好单调性和奇偶性这两个性质．

作业布置

3． 书面作业：课本 P_{46} 习题 1．3（A 组） 第 9、10 题， B 组第 2 题．

2．补充作业：判断下列函数的奇偶性：

① $f(x)=\dfrac{2x^2+2x}{x+1}$；

② $f(x)=x^3-2x$；

③ $f(x)=a$ （$x\in R$）

④ $f(x)=\begin{cases}x(1-x) & x\geq 0,\\ x(1+x) & x<0.\end{cases}$

3． 课后思考：

已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的函数，

设 $g(x)=\dfrac{f(x)+f(-x)}{2}$， $h(x)=\dfrac{f(x)-f(-x)}{2}$

① 试判断 $g(x)$与$h(x)$ 的奇偶性；

② 试判断 $g(x),h(x)$与$f(x)$ 的关系；

③ 由此你能猜想得出什么样的结论，并说明理由．

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

二、缺点：

课堂留白时间不够

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第四单元 指数函数与对数函数

第一、二课时

基本信息	
教学主题	指数与指数幂运算
教学目标	1. 认知目标：掌握根式的概念；规定分数指数幂的意义；学会根式与分数指数幂之间的相互转化；理解有理指数幂的含义及其运算性质；了解无理数指数幂的意义 2. 能力目标：用函数概念解决实际问题 3. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气
教学重点	分数指数幂的意义，根式与分数指数幂之间的相互转化，有理指数幂的运算性质
教学难点	根式的概念，根式与分数指数幂之间的相互转化，了解无理数指数幂
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等
教学设计	

（一）指数与指数幂的运算

1．根式的概念

一般地，如果 $x^n=a$，那么 x 叫做 a 的 n 次方根（n th root），其中 $n>1$，且 $n\in N^*$.

当 n 是奇数时，正数的 n 次方根是一个正数，负数的 n 次方根是一个负数．此时，a 的 n 次方根用符号 $\sqrt[n]{a}$ 表示.

式子 $\sqrt[n]{a}$ 叫做根式（radical），这里 n 叫做根指数（radical exponent），a 叫做被开方数（radicand）.

当 n 是偶数时，正数的 n 次方根有两个，这两个数互为相反数．此时，正数 a 的正的 n 次方根用符号 $\sqrt[n]{a}$ 表示，负的 n 次方根用符号 $-\sqrt[n]{a}$ 表示．正的 n 次方根与负的 n 次方根可以合并成 $\pm\sqrt[n]{a}$（$a>0$）.

由此可得：负数没有偶次方根；0 的任何次方根都是 0，记作 $\sqrt[n]{0}=0$.

思考：（课本 P_{58} 探究问题）$\sqrt[n]{a^n}=a$ 一定成立吗？.（学生活动）

结论：当n是奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=a$

当n是偶数时，$\sqrt[n]{a^n}=|a|=\begin{cases} a & (a\ge 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$

例 1．（教材 P_{58} 例 1）.

解：（略）

巩固练习：（教材 P_{58} 例 1）

2．分数指数幂

正数的分数指数幂的意义

规定：

$$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}\,(a>0,m,n\in N^*,n>1)$$

$$a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}\,(a>0,m,n\in N^*,n>1)$$

0 的正分数指数幂等于 0，0 的负分数指数幂没有意义

指出：规定了分数指数幂的意义后，指数的概念就从整数指数推广到了有理数指数，那么整数指数幂的运算性质也同样可以推广到有理数指数幂.

3．有理指数幂的运算性质

（1）$a^r\cdot a^r=a^{r+s}\qquad(a>0,r,s\in Q)$；

（2）$(a^r)^s=a^{rs}\qquad(a>0,r,s\in Q)$；

（3）$(ab)^r=a^ra^s\qquad(a>0,b>0,r\in Q)$.

引导学生解决本课开头实例问题

例 2．（教材 P_{60} 例 2、例 3、例 4、例 5）

说明：让学生熟练掌握根式与分数指数幂的互化和有理指数幂的运算性质运用.

巩固练习：（教材 P_{63} 练习 1-3）

4．无理指数幂

结合教材 P_{62} 实例利用逼近的思想理解无理指数幂的意义.

指出：一般地，无理数指数幂 $a^{\alpha}(a>0,\alpha\text{是无理数})$ 是一个确定的实数．有理数指数幂的运算性质同样适用于无理数指数幂.

思考：（教材 P_{63} 练习 4）

巩固练习思考：：（教材 P_{62} 思考题）

例 3．（新题讲解）从盛满 1 升纯酒精的容器中倒出 $\frac{1}{3}$ 升，然后用水填满，再倒出 $\frac{1}{3}$ 升，又用水填满，这样进行 5 次，则容器中剩下的纯酒精的升数为多少？

解：（略）

点评：本题还可以进一步推广，说明可以用指数的运算来解决生活中的实际问题．

归纳小结，强化思想

本节主要学习了根式与分数指数幂以及指数幂的运算，分数指数幂是根式的另一种表示形式，根式与分数指数幂可以进行互化．在进行指数幂的运算时，一般地，化指数为正指数，化根式为分数指数幂，化小数为分数进行运算，便于进行乘除、乘方、开方运算，以达到化繁为简的目的，对含有指数式或根式的乘除运算，还要善于利用幂的运算法则．

作业布置

4．必做题：教材 P_{69} 习题 2．1（A 组） 第 1—4 题．

5．选做题：教材 P_{70} 习题 2．1（B 组） 第 2 题．

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

二、缺点：

对于分数指数幂的定义，学生已基本掌握，但对于公式 $\sqrt[n]{a^n}$ 的记忆仍不太牢

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第三、四课时

基本信息	
教学主题	指数函数及其性质
教学目标	认知目标：使学生了解指数函数模型的实际背景，认识数学与现实生活及其他学科的联系；理解指数函数的的概念和意义，能画出具体指数函数的图象，探索并理解指数函数的单调性和特殊点；在学习的过程中体会研究具体函数及其性质的过程和方法，如具体到一般的过程、数形结合的方法等. 能力目标：用函数概念解决实际问题 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气
教学重点	指数函数的的概念和性质
教学难点	用数形结合的方法从具体到一般地探索、概括指数函数的性质
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等
教学设计	

引入课题

（合作讨论）人口问题是全球性问题，由于全球人口迅猛增加，已引起全世界关注．世界人口 2000 年大约是 60 亿，而且以每年 1.3%的增长率增长，按照这种增长速度，到 2050 年世界人口将达到 100 多亿，大有“人口爆炸”的趋势．为此，全球范围内敲起了人口警钟，并把每年的 7 月 11 日定为“世界人口日”，呼吁各国要控制人口增长．为了控制人口过快增长，许多国家都实行了计划生育．

我国人口问题更为突出，在耕地面积只占世界 7%的国土上，却养育着 22%的世界人口．因此，中国的人口问题是公认的社会问题．2000 年第五次人口普查，中国人口已达到 13 亿，年增长率约为 1%．为了有效地控制人口过快增长，实行计划生育成为我国一项基本国策．

① 按照上述材料中的 1%的增长率，从 2000 年起，x 年后我国的人口将达到 2000 年的多少倍？

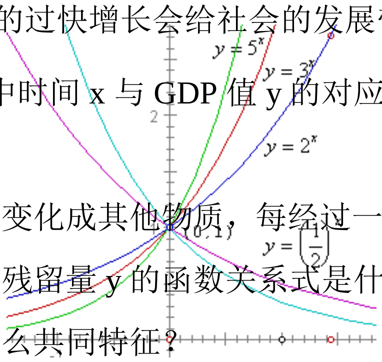
② 到 2050 年我国的人口将达到多少？

③ 你认为人口的过快增长会给社会的发展带来什么样的影响？

上一节中 GDP 问题中时间 x 与 GDP 值 y 的对应关系 $y=1.073^x$（$x\in N^*$，$x\leqslant 20$）能否构成函数？

一种放射性物质不断变化成其他物质，每经过一年的残留量是原来的 84%，那么以时间 x 年为自变量，残留量 y 的函数关系式是什么？

上面的几个函数有什么共同特征？



新课教学

（一）指数函数的概念

一般地，函数 $y=a^x(a>0,且a\neq 1)$ 叫做指数函数（exponential function），其中 x 是自变量，函数的定义域为 **R**.

注意：① 指数函数的定义是一个形式定义，要引导学生辨析；

② 注意指数函数的底数的取值范围，引导学生分析底数为什么不能是负数、零和 1.

巩固练习：利用指数函数的定义解决（教材 P_{68} 例 2、3）

（二）指数函数的图象和性质

问题：你能类比前面讨论函数性质时的思路，提出研究指数函数性质的内容和方法吗？

研究方法：画出函数的图象，结合图象研究函数的性质.

研究内容：定义域、值域、特殊点、单调性、最大（小）值、奇偶性.

探索研究：

1．在同一坐标系中画出下列函数的图象：

（1） $y=(\frac{1}{3})^x$

（2） $y=(\frac{1}{2})^x$

（3） $y=2^x$

（4） $y=3^x$

（5） $y=5^x$

2．从画出的图象中你能发现函数 $y=2^x$ 的图象和函数 $y=(\frac{1}{2})^x$ 的图象有什么关系？可

否利用 $y=2^x$ 的图象画出 $y=(\frac{1}{2})^x$ 的图象？

3．从画出的图象（$y=2^x$、$y=3^x$ 和 $y=5^x$）中，你能发现函数的图象与其底数之间有什么样的规律？

4．你能根据指数函数的图象的特征归纳出指数函数的性质吗？

图象特征		函数性质	
$a>1$	$0<a<1$	$a>1$	$0<a<1$
向 x、y 轴正负方向无限延伸		函数的定义域为 R	
图象关于原点和 y 轴不对称		非奇非偶函数	
函数图象都在 x 轴上方		函数的值域为 R^+	
函数图象都过定点（0，1）		$a^0=1$	
自左向右看，图象逐渐上升	自左向右看，图象逐渐下降	增函数	减函数
在第一象限内的图象纵坐标都大于 1	在第一象限内的图象纵坐标都小于 1	$x>0, a^x>1$	$x>0, a^x<1$
在第二象限内的图象纵坐标都小于 1	在第二象限内的图象纵坐标都大于 1	$x<0, a^x<1$	$x<0, a^x>1$
图象上升趋势是越来越陡	图象上升趋势是越来越缓	函数值开始增长较慢，到了某一值后增长速度极快；	函数值开始减小极快，到了某一值后减小速度较慢；

利用函数的单调性，结合图象还可以看出：

（1）在[a，b]上，$f(x)=a^x(a>0且a\neq1)$ 值域是 $[f(a),f(b)]$ 或 $[f(b),f(a)]$；

（2）若 $x\neq0$，则 $f(x)\neq1$；$f(x)$ 取遍所有正数当且仅当 $x\in R$；

（3）对于指数函数 $f(x)=a^x(a>0且a\neq1)$，总有 $f(1)=a$；

（4）当 $a>1$ 时，若 $x_1<x_2$，则 $f(x_1)<f(x_2)$；

（三）典型例题

例 1．（教材 P_{66} 例 6）．

解：（略）

问题：你能根据本例说出确定一个指数函数需要几个条件吗？

例 2．（教材 P_{66} 例 7）

解：（略）

问题：你能根据本例说明怎样利用指数函数的性质判断两个幂的大小？

说明：规范利用指数函数的性质判断两个幂的大小方法、步骤与格式．

巩固练习：（教材 P_{69} 习题 A 组第 7 题）

归纳小结，强化思想

本节主要学习了指数函数的图象，及利用图象研究函数性质的方法．

作业布置

6．必做题：教材 P_{69} 习题 2．1（A 组） 第 5、6、8、12 题．

7．选做题：教材 P_{70} 习题 2．1（B 组） 第 1 题．

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

二、缺点：

对于性质的运用，比较大小，学生掌握的不错，但对于不同底的两个数的比较，有些困难。

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第五、六课时

基本信息	
教学主题	对数与对数运算
教学目标	1. 认知目标：（1）理解对数的概念； （2）能够说明对数与指数的关系； （3）掌握对数式与指数式的相互转化. 2. 能力目标：对数的概念，对数式与指数式的相互转化 3. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气
教学重点	指数函数的的概念和性质
教学难点	用数形结合的方法从具体到一般地探索、概括指数函数的性质
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

引入课题

1. （对数的起源）介绍对数产生的历史背景与概念的形成过程，体会引入对数的必要性；

设计意图：激发学生学习对数的兴趣，培养对数学习的科学研究精神.

2. 尝试解决本小节开始提出的问题.

新课教学

1. 对数的概念

一般地，如果 $a^x = N\ (a>0, a\neq 1)$，那么数 x 叫做以 a 为底 N 的对数（Logarithm），记作：

$$x = \log_a N$$

a— 底数，N— 真数，$\log_a N$— 对数式

说明：① 注意底数的限制 $a>0$，且 $a\neq 1$；

② $a^x = N \Leftrightarrow \log_a N = x$；

③ 注意对数的书写格式. $\log_a N$

思考：① 为什么对数的定义中要求底数 $a>0$，且 $a\neq 1$；

② 是否是所有的实数都有对数呢？

设计意图：正确理解对数定义中底数的限制，为以后对数型函数定义域的确定作准备.

两个重要对数：

① 常用对数（common logarithm）：以 10 为底的对数 $\lg N$；

② 自然对数（natural logarithm）：以无理数 $e = 2.71828\cdots$ 为底的对数的对数 $\ln N$.

2. 对数式与指数式的互化

$$\log_a N = x \quad \Leftrightarrow \quad a^x = N$$

对数式	$\Leftrightarrow$			指数式
对数底数	←	a	→	幂底数
对数	←	x	→	指数
真数	←	N	→	幂

例 1．（教材 P_{73} 例 1）

巩固练习：（教材 P_{74} 练习 1、2）

设计意图：熟练对数式与指数式的相互转化，加深理解对数概念.

说明：本例题和练习均让学生独立阅读思考完成，并指出对数式与指数式的互化中应注意哪些问题.

3． 对数的性质

（学生活动）

① 阅读教材 P_{73} 例 2，指出其中求 x 的依据；

② 独立思考完成教材 P_{74} 练习 3、4，指出其中蕴含的结论

对数的性质

（1）负数和零没有对数；

（2）1 的对数是零：$\log_a 1 = 0$；

（3）底数的对数是 1：$\log_a a = 1$；

（4）对数恒等式：$a^{\log_a N} = N$；

（5）$\log_a a^n = n$.

归纳小结，强化思想

① 引入对数的必要性；

② 指数与对数的关系；

③ 对数的基本性质.

作业布置

教材 P_{86} 习题 2．2（A 组） 第 1、2 题，（B 组） 第 1 题.

教学反思

一、优点：师生互动活跃，课堂氛围良好

三、缺点：对于概念理解，学生掌握的不错，但对于运用，有些困难。

三、改进：

对数和指数式的互换是本节课的重点，学生在互换上仍不是太熟悉，特别由指数式到对数式的互换，困难比较大，需加强练习。学生接受新知识的过程到真正掌握需花一段时间，我也不能太急于求成，需给他们消化的时间。

第七、八课时

基本信息	
教学主题	对数的运算性质
教学目标	1. 认知目标：（1）理解对数的运算性质； （2）知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数； （3）通过阅读材料，了解对数的发现历史以及对简化运算的作用. 2. 能力目标：对数的概念，对数式与指数式的相互转化 3. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气
教学重点	对数的运算性质，用换底公式将一般对数转化成自然对数或常用对数
教学难点	对数的运算性质和换底公式的熟练运用.
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

引入课题

3. 对数的定义：$a^b = N \Leftrightarrow \log_a N = b$；

4. 对数恒等式：$a^{\log_a N} = N, \log_a a^b = b$；

新课教学

1．对数的运算性质

提出问题：

根据对数的定义及对数与指数的关系解答下列问题：

① 设$\log_a 2 = m$，$\log_a 3 = n$，求a^{m+n}；

② 设$\log_a M = m$，$\log_a N = n$，试利用m、n表示$\log_a(M \cdot N)$.

（学生独立思考完成解答，教师组织学生讨论评析，进行归纳总结概括得出对数的运算性质 1 ，并引导学生仿此推导其余运算性质）

运算性质：

如果$a > 0$，且$a \neq 1$，$M > 0$，$N > 0$，那么：

① $\log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$；

② $\log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$；

③ $\log_a M^n = n \log_a M \quad (n \in R)$.

（引导学生用自然语言叙述上面的三个运算性质）

学生活动：

① 阅读教材P $_{75}$ 例3、4，；

设计意图：在应用过程中进一步理解和掌握对数的运算性质．

② 完成教材P $_{79}$ 练习1~3

设计意图：在练习中反馈学生对对数运算性质掌握的情况，巩固所学知识．

4． 利用科学计算器求常用对数和自然对数的值

设计意图：学会利用计算器、计算机求常用对数值和自然对数值的方法．

思考：对于本小节开始的问题中，可否利用计算器求解 $\log_{1.01}\dfrac{18}{13}$ 的值？从而引入换底公式．

5． 换底公式

$$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}\quad（a>0，且a\neq 1；c>0，且c\neq 1；b>0）.$$

学生活动

① 根据对数的定义推导对数的换底公式．

设计意图：了解换底公式的推导过程与思想方法，深刻理解指数与对数的关系．

② 思考完成教材P $_{76}$ 问题（即本小节开始提出的问题）；

③ 利用换底公式推导下面的结论

（1）$\log_{a^m} b^n=\dfrac{n}{m}\log_a b$；

（2）$\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$．

设计意图：进一步体会并熟练掌握换底公式的应用．

说明：利用换底公式解题时常常换成常用对数，但有时还要根据具体题目确定底数．

6． 课堂练习

① 教材P $_{79}$ 练习4

② 已知 $\lg 2=0.3010,\lg 3=0.4771,$ 试求:$\lg 12$的值。

③ 试求：$\lg^2 2+\lg 2\cdot\lg 5+\lg 5$的值。（对换5与2，再试一试）

④ $a+b=\lg^3 2+\lg^3 5+3\lg 2\cdot\lg 5$，试求:$3ab+a^3+b^3$的值。

⑤ 设 $\lg 2=a$, $\lg 3=b$，试用 a、b 表示 $\log_5 12$

归纳小结，强化思想

本节主要学习了对数的运算性质和换底公式的推导与应用，在教学中应用多给学生创造尝试、思考、交流、讨论、表达的机会，更应注重渗透转化的思想方法．

作业布置

1．基础题：教材P $_{86}$ 习题2．2（A组） 第3~5、11题；

2．提高题：

① 设 $\log_8 3=a$, $\log_3 5=b$，试用 a、b 表示 $\lg 5$；

② 设 $\log_{14} 7=a$, $14^b=5$，试用 a、b 表示 $\log_{35} 28$；

③ 设a、b、c为正数，且$3^a=4^b=6^c$，求证：$\frac{1}{c}-\frac{1}{a}=\frac{1}{2b}$.

3．课外思考题：

设正整数a、b、c（$a\leqslant b\leqslant c$）和实数x、y、z、ω满足：

$a^x=b^y=c^z=30^{\omega}$，$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{\omega}$，

求a、b、c的值.

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

四、缺点：

本节课的对数的运算性质的得出过程，是我给出证明过程的，虽然不要求，但我想让学生了解这产生的原因，了解其过程。

三、改进：

公式的记忆有些困难，容易混淆，做题时，也容易出错，下节课得再多加练习！

第九、十课时

<table>
<tr><th colspan="2">基本信息</th></tr>
<tr><td>教学主题</td><td>对数函数及其性质（一）</td></tr>
<tr><td>教学目标</td><td>认知目标：
（1）通过具体实例，直观了解对数函数模型所刻画的数量关系，初步理解对数函数的概念，体会对数函数是一类重要的函数模型；
（2）能借助计算器或计算机画出具体对数函数的图象，探索并了解对数函数的单调性与特殊点；
2. 能力目标：通过比较、对照的方法，引导学生结合图象类比指数函数，探索研究对数函数的性质，培养学生数形结合的思想方法，学会研究函数性质的方法.

3. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气</td></tr>
<tr><td>教学重点</td><td>掌握对数函数的图象和性质</td></tr>
<tr><td>教学难点</td><td>对数函数的定义，对数函数的图象和性质及应用.</td></tr>
<tr><td>教学方法</td><td>讲授法，练习法，讨论法等</td></tr>
<tr><th colspan="2">教学设计</th></tr>
</table>

引入课题

1.（知识方法准备）

① 学习指数函数时，对其性质研究了哪些内容，采取怎样的方法？

设计意图：结合指数函数，让学生熟知对于函数性质的研究内容，熟练研究函数性质的方法——借助图象研究性质.

② 对数的定义及其对底数的限制.

设计意图：为讲解对数函数时对底数的限制做准备.

2.（引例）

教材 P_{81} 引例

处理建议：在教学时，可以让学生利用计算器填写下表：

碳 14 的含量 P	0.5	0.3	0.1	0.01	0.001
生物死亡年数 t					

然后引导学生观察上表，体会“对每一个碳 14 的含量 P 的取值，通过对应关系 $t=\log_{5730\sqrt{\frac{1}{2}}}P$，生物死亡年数 t 都有唯一的值与之对应，从而 t 是 P 的函数” .（进而引入对数函数的概念）

新课教学

（一）对数函数的概念

1．定义：函数 $y=\log_a x(a>0$，且 $a\neq 1)$ 叫做对数函数（logarithmic function）

其中 x 是自变量，函数的定义域是（0，+∞）.

注意：① 对数函数的定义与指数函数类似，都是形式定义，注意辨别．如：$y=2\log_2 x$，$y=\log_5\dfrac{x}{5}$ 都不是对数函数，而只能称其为对数型函数．

② 对数函数对底数的限制：$(a>0$，且 $a\neq 1)$．

巩固练习：（教材 P_{68} 例 2、3）

（二）对数函数的图象和性质

问题：你能类比前面讨论指数函数性质的思路，提出研究对数函数性质的内容和方法吗？

研究方法：画出函数的图象，结合图象研究函数的性质．

研究内容：定义域、值域、特殊点、单调性、最大（小）值、奇偶性．

探索研究：

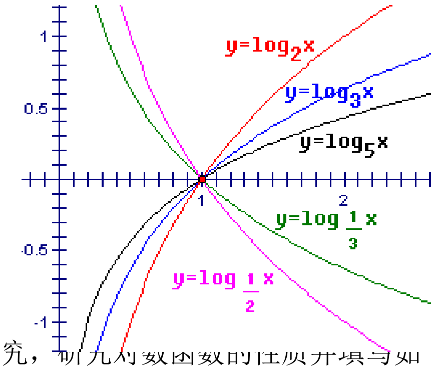
① 在同一坐标系中画出下列对数函数的图象；（可用描点法，也可借助科学计算器或计算机）

（1） $y=\log_2 x$

（2） $y=\log_{\frac{1}{2}} x$

（3） $y=\log_3 x$

（4） $y=\log_{\frac{1}{3}} x$



② 类比指数函数图象和性质的研究，研究对数函数的性质并填写如下表格：

图象特征		函数性质	
a＞1	0＜a＜1	a＞1	0＜a＜1
函数图象都在 y 轴右侧		函数的定义域为（0，＋∞）	
图象关于原点和 y 轴不对称		非奇非偶函数	
向 y 轴正负方向无限延伸		函数的值域为 **R**	
函数图象都过定点（1，1）		$1^{\alpha}=1$	
自左向右看，图象逐渐上升	自左向右看，图象逐渐下降	增函数	减函数
第一象限的图象纵坐标都大于 0	第一象限的图象纵坐标都大于 0	$x>1,\log_a x>0$	$0<x<1,\log_a x>0$
第二象限的图象纵坐标都小于 0	第二象限的图象纵坐标都小于 0	$0<x<1,\log_a x<0$	$x>1,\log_a x<0$

③ 思考底数 a 是如何影响函数 $y=\log_a x$ 的．（学生独立思考，师生共同总结）

规律：在第一象限内，自左向右，图象对应的对数函数的底数逐渐变大．

（三）典型例题

例 1．（教材 P_{83} 例 7）．

解：（略）

说明：本例主要考察学生对对数函数定义中底数和定义域的限制，加深对对数函数的理解．

巩固练习：（教材 P_{85} 练习 2）．

例 2．（教材 P_{83} 例 8）

解：（略）

说明：本例主要考察学生利用对数函数的单调性“比较两个数的大小”的方法，熟悉对数函数的性质，渗透应用函数的观点解决问题的思想方法.

注意：本例应着重强调利用对数函数的单调性比较两个对数值的大小的方法，规范解题格式.

巩固练习：（教材 P_{85} 练习 3）.

例 2.（教材 P_{83} 例 9）

解：（略）

说明：本例主要考察学生对实际问题题意的理解，把具体的实际问题化归为数学问题.

注意：本例在教学中，还应特别启发学生用所获得的结果去解释实际现象.

巩固练习：（教材 P_{86} 习题 2．2 A 组第 6 题）.

归纳小结，强化思想

本小节的目的要求是掌握对数函数的概念、图象和性质．在理解对数函数的定义的基础上，掌握对数函数的图象和性质是本小节的重点.

作业布置

8. 必做题：教材 P_{86} 习题 2．2（A 组） 第 7、8、9、12 题.
9. 选做题：教材 P_{86} 习题 2．2（B 组） 第 5 题.

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

五、缺点：

对数函数的定义是本节课的难点，这是新知识，学生在理解方面有些困难，特别是由它的图像得到对数函数的性质，更是困难，它的性质和指数函数的性质两个知识点容易混淆，要求学生课后必须巩固。

三、改进：

通过学生自主画图和得出性质，培养学生自主学习的能力和合作的意识。

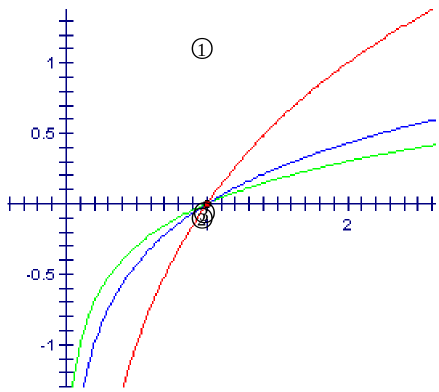
第十一、十二课时

基本信息	
教学主题	对数函数及其性质（二）
教学目标	1. 认知目标： （1）进一步理解对数函数的图象和性质； （2）熟练应用对数函数的图象和性质，解决一些综合问题； 2. 能力目标：通过例题和练习的讲解与演练，培养学生分析问题和解决问题的能力. 3. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气
教学重点	掌握对数函数的图象和性质
教学难点	对数函数的定义，对数函数的图象和性质及应用.
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

一、回顾与总结

1．函数 $y=\log_2 x, y=\log_5 x, y=\lg x$ 的图象如图所示，回答下列问题.

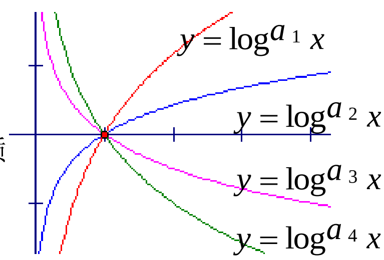


（1）说明哪个函数对应于哪个图象，并解释为什么？

（2）函数 $y=\log_a x$ 与 $y=\log_{\frac{1}{a}} x$ $(a>0,$ 且 $a\neq 0)$ 有什么关系？图象之间 又有什么特殊的关系？

（3）以 $y=\log_2 x, y=\log_5 x, y=\lg x$ 的图象为基础，在同一坐标系中画出 $y=\log_{\frac{1}{2}} x, y=\log_{\frac{1}{5}} x, y=\log_{\frac{1}{10}} x$ 的图象.

（4）已知函数 $y=\log_{a_1} x, y=\log_{a_2} x, y=\log_{a_3} x, y=\log_{a_4} x$ 的图象，则底数之间的关系：________________________.



教

2．完成下表（对数函数 $y=\log_a x$ $(a>0,$ 且 $a\neq 0)$ 的图象和性质

	$0<a<1$	$a>1$
图象		
定义域		
值域		
性质		

3．根据对数函数的图象和性质填空．

① 已知函数 $y=\log_2 x$，则当 $x>0$ 时，$y\in$_________；当 $x>1$ 时，$y\in$_________；当 $0<x<1$ 时，$y\in$________；当 $x>4$ 时，$y\in$_________．

① 已知函数 $y=\log_{\frac{1}{3}} x$，则当 $0<x<1$ 时，$y\in$________；当 $x>1$ 时，$y\in$________；当 $x>5$ 时，$y\in$________；当 $0<x<2$ 时，$y\in$_________；当 $y>2$ 时，$x\in$_________．

二、应用举例

例1． 比较大小：① $\log_a \pi$，$\log_a e\ (a>0,$ 且 $a\neq 0)$；

② $\log_2 \dfrac{1}{2}$，$\log_2(a^2+a+1)\ (a\in R)$．

解：（略）

例 2．已知 $\log_a(3a-1)$ 恒为正数，求 a 的取值范围．

解：（略）

[总结点评]：（由学生独立思考，师生共同归纳概括）．

____

____．

例 3．求函数 $f(x)=\lg(-x^2+8x-7)$ 的定义域及值域．

解：（略）

注意：函数值域的求法.

例 4.（1）函数 $y=\log_a x$ 在[2，4]上的最大值比最小值大 1，求 a 的值；

（2）求函数 $y=\log_3(x^2+6x+10)$ 的最小值.

解：（略）

注意：利用函数单调性求函数最值的方法，复合函数最值的求法.

例 5.（2003 年上海高考题）已知函数 $f(x)=\frac{1}{x}-\log_2\frac{1+x}{1-x}$，求函数 $f(x)$ 的定义域，并讨论它的奇偶性和单调性.

解：（略）

注意：判断函数奇偶性和单调性的方法，规范判断函数奇偶性和单调性的步骤.

例 6．求函数 $f(x)y=\log_{0.2}(-x^2+4x+5)$ 的单调区间.

解：（略）

注意：复合函数单调性的求法及规律：“同增异减”.

练习：求函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(3-2x-x^2)$ 的单调区间.

三、作业布置

考试卷一套

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

六、缺点：

学生对对数式比较大小已掌握了，但对求解含有对数函数的指数函数有待进行进一步的讲解，掌握的不是很好。

三、改进：

学生动手能力比较弱，不爱动手，经后要加强这方面的训练。

第五单元　数列

第一、二课时

<table>
<tr><th colspan="2">基本信息</th></tr>
<tr><td>教学主题</td><td>数列的概念</td></tr>
<tr><td>教学目标</td><td>4. 认知目标：理解数列的概念、表示、分类、通项等基本概念，了解数列和函数之间的关系，了解数列的通项公式，并会用通项公式写出数列的任意一项，对于比较简单的数列，会根据其前几项写出它的一个通项公式
5. 能力目标：培养认真观察的习惯，培养从特殊到一般的归纳能力，提高观察、抽象的能力.
6. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气。</td></tr>
<tr><td>教学重点</td><td>理解数列概念</td></tr>
<tr><td>教学难点</td><td>用通项公式写出数列的任意一项</td></tr>
<tr><td>教学方法</td><td>讲授法，练习法，讨论法等</td></tr>
<tr><th colspan="2">教学设计</th></tr>
</table>

【预习指导】

1） 数列定义：______________________________

2） 数列的项：______________________________

3） 数列的一般形式：$a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n, \cdots$，或简记为__________其中 a_n 是数列的第 n 项

4）数列的通项公式:______________________________________

思考：是不是所有的数列都存在通项公式？根据数列的前几项写出的通项公式是唯一的吗？

5, 数列的分类：

1）根据数列项数的多少分：______________________________

2） 根据数列项的大小分:______________________________

【典例分析】

例 1 根据下面数列 $\{a_n\}$ 的通项公式，写出它的前 5 项：

(1) $a_n=\frac{n}{n+1}$ ；　　(2) $a_n=(-1)^n\cdot n$

例 2 写出下面数列的一个通项公式，使它的前 4 项分别是下列各数：

(1) 1，3，5，7；　　(2) $\frac{2^2-1}{2}$，$\frac{3^2-1}{3}$，$\frac{4^2-1}{4}$，$\frac{5^2-1}{5}$

(3) $-\frac{1}{1\times2}$，$\frac{1}{2\times3}$，$-\frac{1}{3\times4}$，$\frac{1}{4\times5}$.　　(4) 2，0，2，0.

例 3．求数列 $\{-2n^2+9n+3\}$ 中的最大项。

例 4．已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\log_2(n^2+3)-2$，求 $\log_2 3$ 是这个数列的第几项？

【课堂练习】

1. 把自然数的前五个数①排成 1，2，3，4，5；②排成 5，4，3，2，1；③排成 3，1，4，2，5；④排成 2，3，1，4，5，那么可以叫做数列的有__________个

2．已知数列的 $\{a_n\}$ 的前四项分别为 1，0，1，0，则下列各式可作为数列 $\{a_n\}$ 的通项公式的个数有_____

①$a_n=\frac{1}{2}[1+(-1)^{n+1}]$；

②$a_n=\sin^2\frac{n\pi}{2}$；

③$a_n=\frac{1}{2}[1+(-1)^{n+1}]+(n-1)(n-2)$；

④$a_n=\frac{1-\cos n\pi}{2}$，($n\in N^*$)；

⑤$a_n=\begin{cases}1 & (n\text{为正偶数}) \\ 0 & (n\text{为正奇数})\end{cases}$

3. 设数列为$\sqrt{2},\sqrt{5},2\sqrt{2},\sqrt{11},\ldots$则$4\sqrt{2}$是该数列的第__________ 项 4.数列 0，2，0，2，0，2，……的一个通项公式为________________ 5. 数列 2，5，11，20，x，47，……中的 x 等于______________ 6.写出数列$1,\frac{2}{4},\frac{3}{7},\frac{4}{10},\frac{5}{13}.....$的一个通项公式，并判断它的增减性 7. 求数列$\left\{n^2-5n+6\right\}$中的最小项。
教学反思
一、优点： 师生互动活跃，课堂氛围良好 **四、缺点：** 课堂留白时间不够 **三、改进：** 适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第三、四课时

基本信息	
教学主题	等差数列及其通项公式
教学目标	4. 认知目标：明确等差数列的定义，掌握等差数列的通项公式，会解决知道 a_n, a_1, d, n 中的三个，求另外一个的问题； 5. 能力目标：培养观察能力，进一步提高推理、归纳能力，培养应用意识； 3.情感目标：激发学习数学的热情，培养勇于探索的精神，勇于创新精神，同时体会事物之间普遍联系的辩证思想.
教学重点	等差数列的概念的理解与掌握，等差数列的通项公式的推导及应用
教学难点	等差数列“等差”特点的理解、把握和应用
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

【预习指导】

等差数列的概念：一般地，如果一个数列从第____项起，每一项与它的前一项_____等于________________那么这个数列就叫做________________。这个常数叫做等差数列的________________，公差通常用字母________表示。

注意：⑴公差 d 一定是由后项减前项所得，而不能用前项减后项来求；

⑵对于数列{a_n }，若 $a_n - a_{n-1} = d$（d 是与 n 无关的数或字母），$n \geq 2$，$n \in N$，则此数列是等差数列，d 为公差；

(3)若 $d=0$，则该数列为____________．当 d<0 时，____________；当 d>0 时，____________

（4）$a_n = a_m +$________

【典例分析】

例 1、⑴求等差数列 8，5，2，…的第 20 项.

⑵-401 是不是等差数列-5，-9，-13，…的项？如果是，是第几项？

例 2、（1）在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_5 = 10, a_{12} = 31$，求首项a_1与公差 d;

（2）已知数列$\{a_n\}$为等差数列$a_3 = \frac{5}{4}, a_7 = -\frac{3}{4}$，求$a_{15}$的值.

变式训练：梯子最高一级宽 33cm，最低一级宽为 110cm，中间还有 10 级，各级的宽度成等差数列，计算中间各级的宽度.

例 3.三个数成等差数列,它们的和为 18,它们的平方和为 116,求这三个数.

变式训练：成等差数列的四个数之和为 26，第二个数与第三个数之积为 40，求这四个数。

例 4.数列$\{a_n\}$满足$a_1=1, a_{n+1}=(n^2+n-\lambda)a_n(n=1,2......)$, λ是常数

（1） 当$a_2=-1$时，求入及a_3的值；

（2） 是否存在实数λ使数列$\{a_n\}$为等差数列？若存在求出λ及$\{a_n\}$通项公式；若不存在请说明理由。

【课堂练习】

1.在等差数列$\{a_n\}$中,已知$a_5=10$，$a_{12}=31$,则$a_n=$______；

2．在等差数列$\{a_n\}$中,已知$a_1=\frac{1}{3}$，$a_2+a_5=4, a_n=33$,则n的值为________

3．等差数列 3，7，11，……的第 4 项与第 10 项分别等于____________________

4．已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_5=10, a_{15}=25, a_{25}=$____________

5．已知等差数列１８，１５，１２，９，……

①请写出a_{20}, a_n

②-279 是否是这个数列中的项，如果是，是第几项？

6．首项为 23，公差为整数的等差数列，如果前六项均为正数，第七项起为负数，则它的公差是多少？

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

五、缺点：

复杂形式不等式解法，思路不明

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第五、六课时

基本信息	
教学主题	等差数列的前 n 项和
教学目标	1. 认知目标：掌握等差数列前 n 项和公式及其获取思路，会用等差数列的前 n 项和公式解决一些简单的与前 n 项和有关的问； 2.能力目标：提高推理能力，增强应用意识； 3 情感目标：激发学习数学的热情，培养勇于探索的精神，勇于创新精神，同时体会从不同侧面观察同一事物思想。
教学重点	等差数列前 n 项和公式的推导、理解及应用
教学难点	灵活应用等差数列前 n 项公式解决一些简单的有关问题
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

【预习指导】

1．等差数列的前 n 项和公式 1：$S_n=$______________（用上述公式要求 S_n 必须具备三个条件：n,a_1,a_n ）

2． 等差数列的前 n 项和公式 2：$S_n=$______________（此公式要求 S_n 必须已知三个条件：n,a_1,d ）

总之：两个公式都表明要求 S_n 必须已知 n,a_1,d,a_n 中三个.

【典例分析】

例 1．等差数列$\{a_n\}$中，（1）已知 $a_2+a_5+a_{12}+a_{15}=36$，求 S_{16}

（2）已知 $a_6=20$，求 S_{11}.

（3）等差数列-10，-6，-2，2，…前多少项的和是 54？

例 2． 已知一个等差数列$\{a_n\}$前 10 项和为 310, 前 20 项的和为 1220, 由这些条件能确定这个等差数列的前 n 项的和吗？.

【课堂练习】

1 已知等差数列{an}中，a_1 =4，S_8 =172,则 a_8 和 d 分别为________________

2. 在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_3+a_{99}=200$，则$S_{101}=$________________

3. 在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_{15}+a_{12}+a_9+a_6=20$，则$S_{20}=$________________

4. 等差数列$\{a_n\}$的前 m 项和为 30，前 $2m$ 项和为 100，则它的前 $3m$ 项和为____________

5. 在 a，b 之间插入 10 个数，使它们同这两个数成等差数列，则 这 10 个数的和. 为________

6. 等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，若$S_{12}=84, S_{20}=460$，求S_{28}.

7. 在凸多边形中，已知它的内角度数组成公差为 5°的等差数列，且最小角是 120°，试问它是几边形？

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

二、缺点：

课堂留白时间不够

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第七、八课时

基本信息	
教学主题	等比数列及其通项公式 1
教学目标	1. 认知目标：明确等比数列的定义；掌握等比数列的通项公式； 2.能力目标：提高推理能力，增强应用意识； 3 情感目标：激发学习数学的热情，培养勇于探索的精神，勇于创新精神，同时体会从不同侧面观察同一事物思想。
教学重点	等比数列定义和等比数列通项公式
教学难点	等比数列定义和等比数列通项公式
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

（一）复习：前面我们共同探讨了等差数列，现在我们再来回顾一下主要内容。

（二）新课讲解：

1．引入：观察下面几个数列，看其有何共同特点？

（1）1，2，4，8，16，…2^{63}

（2）5，25，125，625，…

（3）$-\frac{1}{2},\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\cdots$

2．等比数列定义：一般地，如果一个数列从第二项起，每一项与它的前一项的比等于同一个常数，那么这个数列就叫做等比数列，这个常数叫做等比数列的公比；公比通常用字母 q 表示 $(q\neq 0)$，即：$a_{n+1}:a_n=q(q\neq 0)$ 数列对于数列（1）（2）（3）都是等比数列，它们的公比依次是 2，5，$-\frac{1}{2}$.（注意："从第二项起"、"常数" q、等比数列的公比和项都不为零）

3．等比数列的通项公式：

由定义式可得：$(n-1)$个等式 $\frac{a_2}{a_1}=q$，$\frac{a_3}{a_2}=q$，……，$\frac{a_n}{a_{n-1}}=q$，

若将上述 $n-1$ 个等式相乘，便可得：

$\frac{a_2}{a_1}\times\frac{a_3}{a_2}\times\frac{a_4}{a_3}\times\cdots\frac{a_n}{a_{n-1}}=q^{n-1}$，　　即：$a_n=a_1\cdot q^{n-1}$（n≥2）

当 $n=1$ 时，左边 $=a_1$，右边 $=a_1$，所以等式成立，

∴等比数列通项公式为：$a_n=a_1\cdot q^{n-1}(a_1\cdot q\neq 0)$.

或者由定义得：

$a_2=a_1q$；　　$a_3=a_2q=(a_1q)q=a_1q^2$；$a_4=a_3q=(a_1q^2)q=a_1q^3$；……；

$a_n=a_{n-1}q=a_1\cdot q^{n-1}(a_1\cdot q\neq 0)$

$n=1$ 时，等式也成立，即对一切 $n\in N^*$ 成立。（不完全归纳法）

说明：1．由等比数列的通项公式可以知道：当公比 $d=1$ 时该数列既是等比数列也是等差数列；

2．等比数列的图象：如数列①，$a_n=1\times 2^{n-1}$ （$n\le 64$）（图象略）.

4．例题分析：

例 1．一个等比数列的第3项与第4项分别是12与18，求它的第1项、第2项、公比和通项公式。

解：设这个等比数列的第 1 项是 a_1，公比是 q，那么 $\begin{cases} a_1q^2=12 \\ a_1q^3=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q=\dfrac{3}{2} \\ a_1=\dfrac{16}{3} \end{cases}$，

因此，$a_2=\dfrac{16}{3}\times\dfrac{3}{2}=8$；$a_n=\dfrac{16}{3}\cdot(\dfrac{3}{2})^{n-1}$.

例 2．已知 $\{a_n\},\{b_n\}$ 是项数相同的等比数列，求证：$\{a_n\cdot b_n\}$ 是等比数列。

证明：设数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1，公比为 p；数列 $\{b_n\}$ 的首项为 b_1，公比为 q，

则数列 $\{a_n\cdot b_n\}$ 的第 n 项和第 $n+1$ 项分别是 $a_1p^{n-1}\cdot b_1q^{n-1}$ 与 $a_1p^n\cdot b_1q^n$，

即为 $a_1b_1(pq)^{n-1}$ 与 $a_1b_1(pq)^n$，

$\because \dfrac{a_{n+1}\cdot b_{n+1}}{a_n\cdot b_n}=\dfrac{a_1b_1(pq)^n}{a_1b_1(pq)^{n-1}}=pq$ 是一个与 n 无关的常数，

所以，$\{a_n\cdot b_n\}$ 是以 pq 为公比的等比数列。

说明：若 $\{a_n\}$ 是等比数列，c 是不等于零的常数，那么数列 $\{c\cdot a_n\}$ 也是等比数列。

练习：一等比数列的前三项依次是 a，$2a+2$，$3a+3$，试问 $-13\dfrac{1}{2}$ 是否是该数列中的一项？若是，为第几项？

解：$\because a$，$2a+2$，$3a+3$ 成等比数列

$\therefore \dfrac{3a+3}{2a+2}=\dfrac{2a+2}{a}$ 即 $(2a+2)^2=a(3a+3)$，

$\therefore a=-1$ 或 $a=-4$ 　而 $a=-1$ 时 $2a+2=0$ 故舍去，

$\therefore a_n=-4\times(\dfrac{3}{2})^{n-1}$ 　由 $-4\times(\dfrac{3}{2})^{n-1}=-\dfrac{27}{2}$ 得 $n-1=3$ 既 $n=4$，

所以，$-13\dfrac{1}{2}$ 是该数列的第 4 项。

例 3．培育水稻新品种，如果第一代得到 120 粒种子，并且从第一代起，由以后各代的每一粒种子都可以得到下一代的 120 粒种子，到第 5 代大约可以得到这个新品种的种子多少粒？

解：由于每一代的每一粒种子都可得 120 粒种子，所以每代的种子数是它的前一代种子数的 120 倍，逐代的种子数组成等比数列，记为 $\{a_n\}$，

其中 $a_1=120, q=120$，$\therefore a_5=120\times120^{5-1}\approx 2.5\times10^{10}$，

答：到第 5 代大约可以得到种子 2.5×10^{10} 粒。

五：练习：课本 P_{128} 练习 1、2、3.

六．小结：本节课主要学习了等比数列的定义和等比数列的通项公式

七．作业：课本 P_{129} 习题 3.4　1、2、3，

补充：1．已知等比数列的$a_3=16$，且$a_1\cdot a_2\cdots\cdots a_{10}=2^{65}$，求$\{a_n\}$的通项公式与$a_6$.

2．已知等差数列$\{a_n\}$的公差$d\neq 0$，且a_1,a_3,a_9成等比数列，求$\dfrac{a_1+a_3+a_9}{a_2+a_4+a_{10}}$的值。

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

二、缺点：

课堂留白时间不够

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第九、十课时

基本信息	
教学主题	等比数列及其通项公式 2
教学目标	1. 认知目标：明确等比中项概念；进一步熟练掌握等比数列通项公式； 2. 能力目标：提高推理能力，增强应用意识； 3.情感目标：激发学习数学的热情，培养勇于探索的精神，勇于创新精神，同时体会从不同侧面观察同一事物思想。
教学重点	等比中项的理解与应用、等比数列定义及通项公式的应用
教学难点	灵活应用等比数列定义及通项公式解决一些相关问题
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

（一）复习：等比数列定义：$\frac{a_{n+1}}{a_n}=q(q\neq 0)$ 和等比数列通项公式：$a_n=a_1\cdot q^{n-1}(a_1,q\neq 0)$.

（二）新课讲解：

1．等比数列性质：与等差数列对照，看等比数列是否也具有类似性质？

（1）等比中项：如果在a与b中间插入一个数G，使a,G,b成等比数列，那么G叫做a与b的等比中项（两个符号相同的非零实数，都有两个等比中项）。

如果在a与b中间插入一个数G ,使a,G,b成等比数列，即$\frac{G}{a}=\frac{b}{G}$　$\therefore G^2=ab$，

$\therefore a,G,b$成等比数列$\Rightarrow G^2=ab$　（注意这里不是充要条件，为什么？）

（2）由定义得：$a_m=a_1q^{m-1}$, $a_{\rm n}=a_1q^{n-1}$， $a_p=a_1q^{p-1}$,$a_{\rm q}=a_1\cdot q^{q-1}$，

故$a_m\cdot a_n=a_1^{\,2}q^{m+n-2}$且$a_p\cdot a_q=a_1^{\,2}q^{p+q-2}$

若$m+n=p+q\ (m,n,q,p\in N_+)$，则$a_m\cdot a_n=a_p\cdot a_q$；

（3）由等比数列的通项公式知：若$\{a_n\}$为等比数列，则$\frac{a_m}{a_n}=q^{m-n}$.

2．例题分析：

例 1．已知$\{a_n\}$为GP，且$a_5=8,a_7=2$，该数列的各项都为正数，求$\{a_n\}$的通项公式。

解：设该数列的公比为q，由$\frac{a_7}{a_5}=q^{7-5}$得$q^2=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$，又数列的各项都是正数，故$q=\frac{1}{2}$，

则$a_n=8\times(\frac{1}{2})^{n-5}=(\frac{1}{2})^{n-8}$.

例 2．已知三个数成等比数列，它们的积为 27，它们的平方和为 91，求这三个数。

解：由题意可以设这三个数分别为$\frac{a}{q},a,aq$，得：

$$\begin{cases} \dfrac{a}{q} \cdot a \cdot aq = 27 \\ \dfrac{a^2}{q^2} + a^2 + a^2q^2 = 91 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a^2(\dfrac{1}{q^2} + 1 + q^2) = 91 \end{cases}$$

$\therefore 9q^4 - 82q^2 + 9 = 0$，即得 $q^2 = 9$ 或 $q^2 = \dfrac{1}{9}$，

$\therefore q = \pm 3$ 或 $q = \pm\dfrac{1}{3}$，

故该三数为：1，3，9 或 -1，3，-9 或 9，3，1 或 -9，3，-1.

说明：已知三数成等比数列，一般情况下设该三数为 $\dfrac{a}{q}, a, aq$.

例 3． 已知；$\{a_n\}$ 为等比数列，$\{k_n\}$ 是等差数列且 $k_n \in N_+$ 求证：$\{a_{k_n}\}$ 是等比数列。

证明：设 $\{a_n\}$ 的公比为 q，则 $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$；$\{k_n\}$ 的公差为 d，则 $k_n = k_1 + (n-1)d$

$\therefore a_{k_n} = a_1 q^{(k_1 + (n-1)d - 1)}$ ，

$\therefore \dfrac{a_{k_n}}{a_{k_{n-1}}} = \dfrac{a_1 q^{(k_1+(n-1)d-1)}}{a_1 q^{(k_1+(n-2)d-1)}} = q^d$（与 n 无关的常数），

所以，$\{a_{k_n}\}$ 是等比数列。

五．课堂练习：

1．已知 $\{a_n\}$ 是 $G \cdot P$ 且 $a_n > 0$，$a_2a_4 + 2a_3a_5 + a_4a_6 = 25$ 则 $a_3 + a_5 =$__________.

2．已知 $\{a_n\}$ 是 $G \cdot P$ 且 $a_n > 0$，$a_5a_6 = 9$，则 $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \cdots + \log_3 a_{10} =$__________.

3．已知 $\{a_n\}$ 是 $G \cdot P$，$a_4 \cdot a_7 = -512$，$a_3 + a_8 = 124$，且公比为整数，则 $a_{10} =$__________.

4．已知在等比数列中，$a_3 = -4$，$a_6 = 54$，则 $a_9 =$______________.

六．小结：等比中项及等比数列的性质（要和等差数列的性质进行类比记忆）。

七．作业：课本 P_{129} 习题 3．4 6，7，8，9

补充：1．在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1 + a_2 + a_3 = -3$，$a_1a_2a_3 = 8$，求该数列的通项公式。

2．有四数，其中前三数成等差数列，后三数成等比是列，且第一个数与第四个数之和为 16，第二个数与第三个数和为 12，求这四个数。

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

二、缺点：

课堂留白时间不够

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第十一、十二课时

基本信息	
教学主题	等比数列前 n 项的和
教学目标	1. 认知目标：掌握等比数列的前 n 项和公式及公式证明思路；会用等比数列的前 n 项和公式解决有关等比数列前 n 项和的一些简单问题 2. 能力目标：提高推理能力，增强应用意识； 3.情感目标：激发学习数学的热情，培养勇于探索的精神，勇于创新精神，同时体会从不同侧面观察同一事物思想。
教学重点	等比数列的前 n 项和公式；等比数列的前 n 项和公式推导
教学难点	灵活应用公式解决有关问题
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

（一）复习：首先来回忆等比数列定义，通项公式以及性质.

（二）新课讲解：

1．等比数列前 n 项和公式：

一般地，设等比数列$a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n,\cdots$的前 n 项和是$S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$，

由$\begin{cases}S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n\\ a_n=a_1q^{n-1}\end{cases}$　　得$\begin{cases}S_n=a_1+a_1q+a_1q^2+\cdots+a_1q^{n-2}+a_1q^{n-1}\\ qS_n=a_1q+a_1q^2+a_1q^3+\cdots+a_1q^{n-1}+a_1q^n\end{cases}$

$\therefore(1-q)S_n=a_1-a_1q^n$，

当$q\neq1$时，$S_n=\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}$　或$S_n=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q}$

当 q=1 时，$S_n=na_1$（错位相减法）

说明：（1）a_1,q,n,S_n和a_1,a_n,q,S_n各已知三个可求第四个；

（2）注意求和公式中是q^n，通项公式中是q^{n-1}不要混淆；

（3）应用求和公式时$q\neq1$，必要时应讨论$q=1$的情况。

2．例题选讲：

例 1.（1）求等比数列$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{8}$，⋯的前 8 项的和；

（2）求等比数列 1，2，4，⋯从第 5 项到第 10 项的和。

解：（1）由$a_1=\dfrac{1}{2}$，$q=\dfrac{1}{4}\div\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$，$n=8$，得$s_8=\dfrac{\frac{1}{2}[1-(\frac{1}{2})^8]}{1-\frac{1}{2}}=\dfrac{255}{256}$；

（2）由$a_1=1,a_2=2$　得$q=2$；$S_{10}=\dfrac{1\times(1-2^{10})}{1-2}=1023$

$\therefore S_4=\dfrac{1\times(1-2^4)}{1-2}=15$，

即从第 5 项到第 10 项的和为 $s_{10}-s_4$=1008.

例 2．一条信息，若一人得知后用一小时将信息传给两个人，这两个人又用一小时各传给未知此信息的另外两人，如此继续下去，一天时间可传遍多少人？

解：根据题意可知，获知此信息的人数成首项 $a_1=1, q=2$ 的等比数列，则一天内获知此信息的人数为：

$$S_{24}=\frac{1-2^{24}}{1-2}=2^{24}-1.$$

例 3．在等比数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1+a_n=66$， $a_2a_{n-1}=128$， $S_n=126$，求 n 和 q

解：$\because \{a_n\}$ 是等比数列

$\therefore a_2a_{n-1}=a_1a_n=128$， 又 $\because a_1+a_n=66$，

$\therefore \begin{cases}a_1=64\\a_n=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a_1=2\\a_n=64\end{cases}$

当 $\begin{cases}a_1=64\\a_n=2\end{cases}$ 时 $126=\dfrac{64-2q}{1-q}$ 得 $q=\dfrac{1}{2}$ $\therefore n=6$

当 $\begin{cases}a_1=2\\a_n=64\end{cases}$ 时 $126=\dfrac{2-64q}{1-q}$ 得 $q=2$ $\therefore n=6$.

例 4．设数列 $a_n=(-a)^{n-1}\ (a\neq 0)$，求这个数列的前 n 项和。

解：$\because \dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{(-a)^n}{(-a)^{n-1}}=-a$（与 n 无关的常数）

$\therefore$ 该数列是等比数列，首项为 1，

当 $a=-1$ 时，该数列的公比为 1，则 $S_n=n$；

当 $a\neq -1$ 时，该数列的公比不为 1，则 $S_n=\dfrac{1-(-a)^n}{1+a}$.

说明：当等比数列的通项公式中有参数，求前 n 项和时要注意公比是否为 1.

五．课堂练习：课本P_{132}练习 1、2．

六．小结：等比数列求和公式及推导方法。

七．作业：P_{133}习题 235　第 1、4、5 题；

补充：

1．若等比数列$\{a_n\}$的前n项之和$S_n=3^n+a$（a为常数），求a的值；

2．已知三数成等比数列，若三数的积为 125，三数的和为 31，求此三数；

3．一个正项等比数列共 10 项，公比为 2，如果各项取以 2 为底的对数，那么所得数列的各项之和为 25，求原数列的各项和。

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

二、缺点：

课堂留白时间不够

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第六单元　三角函数

第一、二课时

基本信息	
教学主题	角的概念的推广
教学目标	4. 认知目标：1.熟练掌握象限角与非象限角的集合表示； 会写出某个区间上角的集合。 5. 能力目标：掌握角的概念； 6. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气。
教学重点	区间角的表示
教学难点	区间角的表示
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等
教学设计	

（一）复习：

1．角的分类：按旋转方向分；按终边所在位置分。

2．与角α同终边的角的集合S表示。

3．练习：把下列各角写成$k\cdot 360^\circ+\alpha(0\le\alpha<360^\circ)$的形式，并指出它们所在的象限或终边位置。

（1）-135°；　　（2）1110°；　　（3）-540°.

（答案）（1）$-135^\circ=-360^\circ+225^\circ$，　第三象限角。

（2）$1110^\circ=3\cdot 360^\circ+30^\circ$，　第一象限角。

（3）$-540^\circ=(-2)\cdot 360^\circ+180^\circ$，终边在$x$轴非正半轴。

（二）新课讲解：

1．轴线角的集合表示

例 1．写出终边在y轴上的角的集合。

分析：（1）0°到360°的角落在y轴上的有$90^\circ,270^\circ$；

（2）与$90^\circ,270^\circ$终边分别相同的角的集合为：

$$S_1=\left\{\beta\,|\,\beta=90^\circ+k\cdot 360^\circ,k\in Z\right\}=\left\{\beta\,|\,\beta=90^\circ+2k\cdot 180^\circ,k\in Z\right\}$$

$$S_2=\left\{\beta\,|\,\beta=270^\circ+k\cdot 360^\circ,k\in Z\right\}=\left\{\beta\,|\,\beta=90^\circ+(2k+1)\cdot 180^\circ,k\in Z\right\}$$

（3）所有终边在y轴上的角的集合就是S_1和S_2并集：

$$S=S_1\cup S_2=\left\{\beta\,|\,\beta=90^\circ+2k\cdot 180^\circ,k\in Z\right\}\cup\left\{\beta\,|\,\beta=270^\circ+(2k+1)\cdot 180^\circ,k\in Z\right\}$$

$$=\left\{\beta\,|\,\beta=90^\circ+n\cdot 180^\circ,n\in Z\right\}.$$

拓展：（1）终边在 x 轴线的角的集合怎么表示？ $S=\left\{\beta \mid \beta=n\cdot 180^{\circ}, n\in Z\right\}$；

（2）所有轴线角的集合怎么表示？ $S=\left\{\beta \mid \beta=n\cdot 90^{\circ}, n\in Z\right\}$；

（3）相对于轴线角的集合，象限角的集合怎么表示？ $P=\left\{\beta \mid \beta\neq n\cdot 90^{\circ}, n\in Z\right\}$.

提问：第一、二、三、四象限角的集合又怎么表示？ （略）

例 2．写出第一象限角的集合 M .

分析：（1）在 360° 内第一象限角可表示为 $0^{\circ}<\alpha<90^{\circ}$；

（2）与 $0^{\circ},90^{\circ}$ 终边相同的角分别为 $0^{\circ}+k\cdot 360^{\circ},90^{\circ}+k\cdot 360^{\circ},(k\in Z)$；

（3）第一象限角的集合就是夹在这两个终边相同的角中间的角的集合，我们表示为：

$M=\left\{\beta \mid k\cdot 360^{\circ}<\beta<90^{\circ}+k\cdot 360^{\circ}, k\in Z\right\}$.

学生讨论，归纳出第二、三、四象限角的集合的表示法：

$P=\left\{\beta \mid 90^{\circ}+k\cdot 360^{\circ}<\beta<180^{\circ}+k\cdot 360^{\circ}, k\in Z\right\}$；

$N=\left\{\beta \mid 90^{\circ}+k\cdot 360^{\circ}<\beta<180^{\circ}+k\cdot 360^{\circ}, k\in Z\right\}$；

$Q=\left\{\beta \mid 270^{\circ}+k\cdot 360^{\circ}<\beta<360^{\circ}+k\cdot 360^{\circ}, k\in Z\right\}$.

说明：区间角的集合的表示不唯一。

例 3． 写出 $y=\pm x(x\geq 0)$ 所夹区域内的角的集合。

解：当 α 终边落在 $y=x(x\geq 0)$ 上时，角的集合为 $\left\{\alpha \mid \alpha=45^{\circ}+k\cdot 360^{\circ}, k\in Z\right\}$；

当 α 终边落在 $y=-x(x\geq 0)$ 上时，角的集合为 $\left\{\alpha \mid \alpha=-45^{\circ}+k\cdot 360^{\circ}, k\in Z\right\}$；

所以，按逆时针方向旋转有集合：$S=\left\{\alpha \mid -45^{\circ}+k\cdot 360^{\circ}<\alpha<45^{\circ}+k\cdot 360^{\circ}, k\in Z\right\}$.

（三）课堂练习：

1．若角 β 的终边在第一象限或第三象限的角平分线上，则角 β 的集合是________.

2．若角 α 与 β 的终边在一条直线上，则 α 与 β 的关系是________________.

3．（思考）若角 α 与 β 的终边关于 x 轴对称，则 α 与 β 的关系是______________.

若角 α 与 β 的终边关于 y 轴对称，则 α 与 β 的关系是_______.

若角 α 与 β 的终边关于原点对称，则 α 与 β 的关系是____________.

（四）小结：

1．非象限角（轴线角）的集合表示；

2．区间角集合的书写。

（五）作业：

1．书本 P118 6；同步练习

2．补充：（1）试写出终边在直线 $y=-\sqrt{3}x$ 上所有角的集合，并指出上述集合中介于 -180° 与 180° 之间的角。

（2）若角 α 是第三象限角，问 $\dfrac{\alpha}{2}$ 是哪个象限的角？2α 是哪个象限的角？

教学反思
一、优点： 师生互动活跃，课堂氛围良好。 **三、 缺点：** 定义给的比较突然，学生掌握的不是太好。 **三、改进：** 没有给足够多的时间让学生思考

第三、四课时

基本信息	
教学主题	弧度制
教学目标	1.认知目标：（1）理解 1 弧度的角及弧度制的概念；在概念产生的过程中，系统思考概念产生的必要性、合理性、优越性，发展观察、分析、逻辑推理、理性思维的能力，体会类比思想； （2）掌握角度和弧度的换算公式，能熟练进行换算并能熟记特殊角的弧度数，发展演绎推理能力、提高数值计算能力，体会化归思想； 2.能力目标：能推导弧度制下的弧长公式、扇形面积公式，体会数形结合的思想，感受数学的简洁美、统一美； 3.情感目标：.理解任意角的集合和实数集之间一一对应的关系，体会数学知识前后之间的联系，激发学生的学习兴趣。
教学重点	理解弧度制的意义及 1 弧度角的概念，正确进行弧度与角度的换算；弧度制下弧长和面积公式。
教学难点	1 弧度角及弧度制概念的生成及理解
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

创设情境 建构定义　　正理例解　　数巩学固　　总结拓展 分层作业

(一) 创设情境　建构定义

环节一：梳理体系，形成大观念。

回顾角的概念，及几何量的研究过程，梳理：定义——度量——运算——性质。

环节二：提出问题，回到最近发展区。

[问题 1]　怎样度量一个角的大小？

由学生的回答“量角器”，引出“角度制”，回顾角度制的概念。

环节三：分析旧知，构建概念同化基础。

从三角学的发展历史看，三角学是依托圆而存在的。因此，我们可以看到角度制的定义依托于圆周，采用等分的思想，先定义了度量的单位——1 度的角，再进行度量。尽管“角

度制”的定义依托圆周，但一定大小的角与圆周的大小（即半径大小）是无关的。

环节四：创设情境，形成认知冲突。

【情境 1】29° 28′ 46″ +48° 51′ 36″ =?

【情境 2】如图所示，某航海家从 A 点航行一定的距离到达 B 点，已知他的起始位置和航行距离，怎么确定运动后的航船位置呢？

环节五：自主探究，**建构定义。**

[问题 2]**还可以用其它量度量角的大小吗？**（PPT）

学生自主探究，提出猜想。

思考：验证猜想的方法是否正确有哪些方法呢？

学生自主探究、合作交流。

得出结论：不论是特殊到一般、代数方法还是几何方法，都能得出共同的结论：同一个圆心角所对的弧与它所在圆的半径的比值是一个常数，与圆半径的大小无关。也就是说，角可以由弧长与半径的比值去度量，并且如此度量角的大小是唯一确定的。

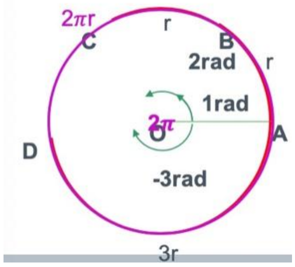
[问题 3] **如何建立一种新的度量角的制度？首先要定义“单位”!**

[问题 3.1] 你会如何定义 1 弧度的角呢？

（二）正例强化 理解定义

[问题 3.2] 如何用弧度制度量角呢？解决情景 2 中的问题。

[问题 3.3] 有了度量的单位，你能度量其它角吗？如图所示（动态生成，考虑角的旋转方向）。



优化为：$|\alpha| = \dfrac{l}{r}$

[问题 4] **“角度制”和“弧度制”之间如何互相转化？**

学生探究。

学生回答、总结角度与弧度的互化，明确核心公式 $\pi = 180°$，以及变形公式：

$1 = \left(\dfrac{180}{\pi}\right)°$，$1° = \dfrac{\pi}{180}$

（三）数学运用 巩固深化

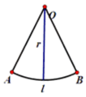
练习 1：特殊角的度数与弧度数的对应表：

度	0°	30°	45°	60°	90°	120°
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
度	135°	150°	180°	225°	270°	360°
弧度	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π

练习 2：非特殊角的度数与弧度数的转化：

学生自主命题并解决问题。（教师注意引导，弧度数可以是任何实数，不让学生形成思维定势。）

练习 3：引导学生推导在弧度制下的弧长公式和扇形面积公式：

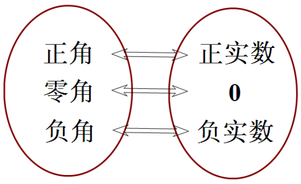
角度制	弧长公式： 扇形面积：	$l=\frac{n\pi r}{180}$ $s=\frac{n\pi r^2}{360}$
弧度制 	弧长公式： 扇形面积：	$l=\alpha r$ $s=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}\alpha r^2$

（四）总结拓展　分层作业

[问题 5]　“角度制”和“弧度制”之间有什么区别、联系呢？

①角度制是以“度”为单位度量角的制度，弧度制是以“弧度”为单位度量角的制度；角度的单位不能省略，弧度的单位可以省略。

②角度制是六十进制的，弧度制是十进制的。（弧度制优越性的体现）弧度制下，任意角的集合和实数集建立了一一对应的关系，即每个角都有唯一的实数与它对应，同时每个实数也都有唯一的一个角与它对应。（这为任意角的三角函数奠定了坚实的基础。）



任意角的集合　　实数集**R**

③不论是以“弧度”还是以“度”为单位的角的大小都是一个与半径大小无关的定值；

④1弧度是等于半径长的圆弧所对的圆心角（或该弧）的大小，而1°是圆的$\frac{1}{360}$所对的圆心角的大小；都采用了“等分”思想。

⑤互化公式、弧长、公式和面积公式。

【问题 6】本节课我们学习了哪些知识？掌握了哪些方法？体会了哪些思想？今后我们还要学习什么呢？

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好。

三、缺点：

学生思考的时间不够。

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间。

第五、六课时

基本信息	
教学主题	弧度制（2）
教学目标	1.认知目标：继续研究角度制与弧度制之间的转化；求扇形面积的最值。 2.能力目标：熟练掌握弧度制下的弧长公式、扇形面积公式及其应用； 3.情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气。
教学重点	弧长公式、扇形面积公式的应用
教学难点	弧长公式、扇形面积公式的应用
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

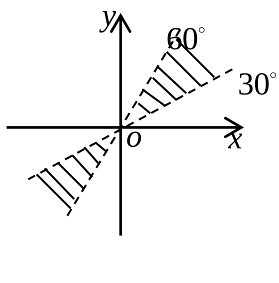
（一）复习：

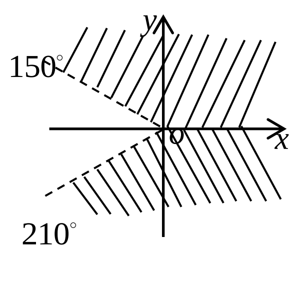
（1）弧度制角如何规定的？$|\alpha|=\dfrac{l}{r}$（其中l表示α所对的弧长）

（2）$1=(\dfrac{180}{\pi})^{\circ}$；　　　$1^{\circ}=\dfrac{\pi}{180}$　.

说出下列角所对弧度数$30^{\circ},45^{\circ},60^{\circ},75^{\circ},90^{\circ},120^{\circ},150^{\circ},180^{\circ},240^{\circ},270^{\circ},360^{\circ}$.

（练习）写出阴影部分的角的集合：





（3）在角度制下，弧长公式及扇形面积公式如何表示？

圆的半径为r，圆心角为n°所对弧长为$l=2\pi r\times\dfrac{|n^{\circ}|}{360^{\circ}}=\dfrac{|n|\pi r}{180}$；

扇形面积为$S=\pi r^{2}\times\dfrac{|n^{\circ}|}{360^{\circ}}=\dfrac{\pi r^{2}|n|}{360}$.

（二）新课讲解：

1．弧长公式：

在弧度制下，弧长公式和扇形面积公式又如何表示？

$\because|\alpha|=\dfrac{l}{r}$（其中$l$表示$\alpha$所对的弧长），

所以，弧长公式为$l=|\alpha|\cdot r$．]

2．扇形面积公式：

扇形面积公式为：$S=\pi r^2\cdot\dfrac{|\alpha|}{2\pi}=\pi r^2\dfrac{\frac{l}{r}}{2\pi}=\dfrac{1}{2}lr$．

说明：①弧度制下的公式要显得简洁的多了；

②以上公式中的α必须为弧度单位.

3．例题分析：

例1．（1）已知扇形OAB的圆心角α为120°，半径$r=6$，求弧长AB及扇形面积。

（2）已知扇形周长为$20cm$，当扇形的中心角为多大时它有最大面积，最大面积是多少？

解：（1）因为$120^\circ=\dfrac{2\pi}{3}$，所以，$S=\dfrac{1}{2}lr=\dfrac{1}{2}|\alpha|r^2=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2\pi}{3}\cdot36=12\pi$．

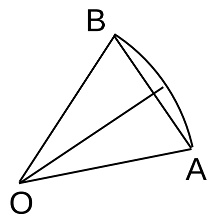
（2）设弧长为l，半径为r，由已知$l+2r=20$，所以$l=20-2r$，$|\alpha|=\dfrac{l}{r}=\dfrac{20-2r}{r}$，

从而$S=\dfrac{1}{2}|\alpha|r^2=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{20-2r}{r}\cdot r^2=-r^2+10r=-(r-5)^2+25$，

当$r=5$时，S最大，最大值为25，这时$\alpha=\dfrac{l}{r}=\dfrac{20-2r}{r}=2$．

例2．如图，扇形OAB的面积是$4cm^2$，它的周长是$8cm$，求扇形的中心角及弦AB的长。

解：设扇形的弧长为l，半径为r，则有



$\begin{cases}l+2r=8\\ \dfrac{1}{2}lr=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}l=4\\ r=2\end{cases}$，

所以，中心角为$\alpha=\dfrac{l}{r}=\dfrac{4}{2}=2$，弦长＝$2\cdot2\sin1=4\sin1$．

(三)课堂练习：

1．集合$A=\left\{\alpha\,|\,\alpha=k\pi+\dfrac{\pi}{2},k\in Z\right\},B=\left\{\alpha\,|\,\alpha=2k\pi\pm\dfrac{\pi}{2},k\in Z\right\}$的关系是（　）

（A）$A=B$　　（B）$A\subseteq B$　　（C）$A\supseteq B$　　（D）以上都不对。

2．已知集合$A=\{\alpha\,|\,2k\pi\le\alpha\le(2k+1)\pi,k\in Z\},B=\{\alpha\,|\,-4\le\alpha\le4\}$，则$A\cap B$等于（　）

（A）ϕ　　（B）$\{\alpha\,|\,-4\le\alpha\le4\}$

（C）$\{\alpha\,|\,0\le\alpha\le\pi\}$　　（D）$\{\alpha\,|\,-4\le\alpha\le-\pi$ 或 $0\le\alpha\le\pi\}$

3．圆的半径变为原来的$\dfrac{1}{2}$，而弧长不变，则该弧所对的圆心角是原来的________倍。

4．若2弧度的圆心角所对的弧长是$4cm$，则这个圆心角所在的扇形面积是________.

5．在以原点为圆心，半径为1的单位圆中，一条弦AB的长度为$\sqrt{3}$，AB所对的圆心角α的弧度数为________.

（四）小结：

1．牢记弧度制下的弧长公式和扇形面积公式，并灵活运用；

2．由$|\alpha|=\dfrac{l}{r}$将$S=\dfrac{1}{2}lr$转化成$S=\dfrac{1}{2}|\alpha|r^2$，利用这个$S$与$r$的二次函数关系求出扇形面积的最值。

（五）作业：

1．练习 P121　第 5 题 ；同步练习

2．补充：

（1）一个扇形周长等于它的弧所在圆的周长的一半，若圆的半径为 r ，求扇形的面积。

（2）2 弧度的圆心角所对的弦长为 2 ，求这个圆心角所对的弧长，及圆心角所夹扇形面积（要求作图）。

（3）已知扇形的周长为 30 ，当它的半径 r 和圆心角 α 各取多少值时，扇形面积 S 最大，最大值为多少？

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好。

三、缺点：

问题 2-3，没有启发诱导好。没有讲透，讲到位。

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间。

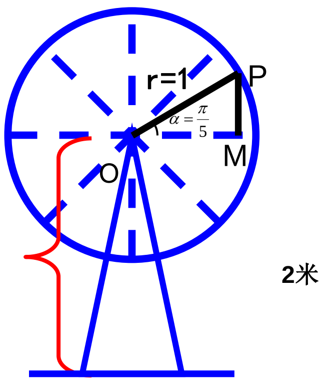
第七、八课时

基本信息	
教学主题	任意角的三角函数 1
教学目标	4. 认知目标：理解任意角三角函数的定义,经历“单位圆法”定义三角函数的过程； 5. 能力目标：会从函数三要素的角度认识三角函数的对应法则、自变量、函数值； 6. 情感目标：体会定义三角函数过程中的数形结合、化归、数学模型等思想方法．。
教学重点	根据定义求三角函数值
教学难点	根据定义求三角函数值
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

(一)情景引入

游乐场内有一半径 r=1 米的摩天轮，中心位置 O 距地面 2 米，点 P 从初始位置 A 出发（与 O 处于同一水平位置），随着摩天轮逆时针转动 $\alpha=\dfrac{\pi}{5}$ 后，相对于地面的高度 H 为多少？



$$H=2+\sin\frac{\pi}{5}$$

当 $\alpha=\dfrac{\pi}{4},\alpha=\dfrac{\pi}{3}$ 呢？

$$H=2+\sin\frac{\pi}{4}$$

$$H=2+\sin\frac{\pi}{3}$$

当旋转任意角 α 时，H 又如何用 α 表示呢？

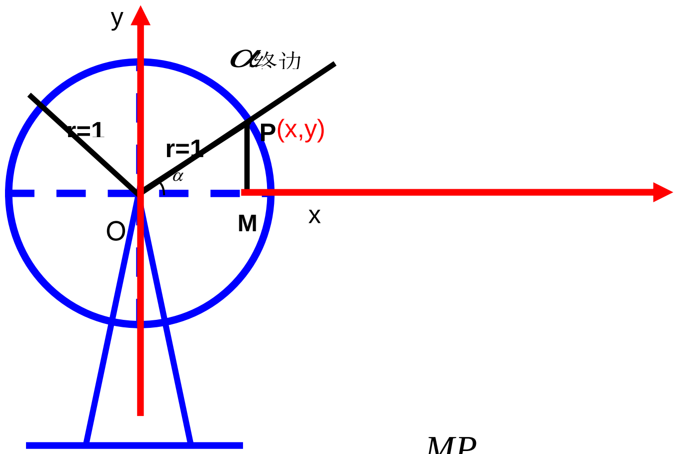
$$H=2+\sin\alpha$$

设计意图：让学生清楚要用函数表示圆周运动的关键是把握圆周上点的坐标与相应角的数量关系，而研究往往从最熟悉、最简单的情形出发，在任意角是锐角的情形下，学生容易由数想形，构造直角三角形，并进一步由“特殊到一般”来猜想当锐角推广到任意角时结论也成立。

（二）概念探究

建立平面直角坐标系，**单位圆：中心在原点，以单位长度为半径的圆**

把角α“放在”坐标系中，设角α的终边与单位圆交于点 P（x, y），



$$\sin\alpha=\frac{MP}{r}=MP=y$$
$$\cos\alpha=\frac{OM}{r}=OM=x$$
$$\tan\alpha=\frac{PM}{OM}=\frac{y}{x}$$

锐角三角函数的另一种定义方式：设锐角α的终边与单位圆交于点 P（x, y）

定义： $\sin\alpha=y \quad \cos\alpha=x \quad \tan\alpha=\dfrac{y}{x}$

(三)概念生成

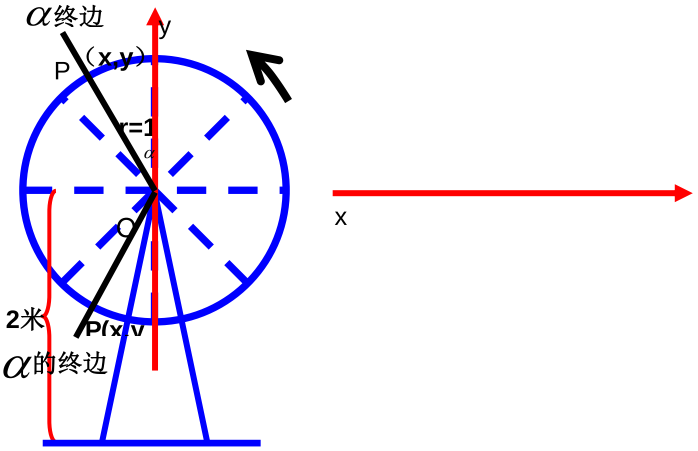
任意角的三角函数定义

设α是一个任意角时，点 $P(x,y)$是α的终边与单位圆的交点，则 y 就称为锐角α的正弦，x 就称为锐角α的余弦，$\dfrac{y}{x}$ 就称为锐角α的正切. 记为 sinα=y, cosα=x，$\tan\alpha=\dfrac{y}{x}$

正弦，余弦，正切都是以角为自变量，以单位圆上点的坐标或坐标的比值为函数值的函数，我们将它们称为三角函数.由于角的集合与实数集之间可以建立一一对应关系，三角函数可以看成是自变量为实数的函数.

设计意图：定义可以由教师明确给出，关键是让学生理解其合理性，理解概念的背景和生成过程.完整的概念生成后,再与已有相关知识建立联系,促进新旧知识的分化,加深新知识的理解.

（四）概念应用



当摩天轮旋转任意角时，猜想点 P 相对于地面的高度：$H = 2 + \sin\alpha$

根据任意角三角函数的定义：$\sin\alpha = y$

此时：H=2+y， 可以用来表示点 P 相对于地面的高度。

任意角的三角函数可以用来描述客观世界中物体作”周而复始“运动时的变化规律。

设计意图：通过对前面猜想的合理的解释，让学生体会学习任意角的三角函数的意义，对后面学习三角函数的图像和性质打下基础。

（五）例题讲解

例 1 求 $\frac{5}{3}\pi$ 的正弦、余弦和正切值。

分析：根据定义求解，先利用锐角三角函数知识求出点 P 的坐标，再根据定义求解。

解：如图 5，可知∠OPC=30°，所以 OC=$\frac{1}{2}$，CP=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以点 P 的坐标是 $(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$。

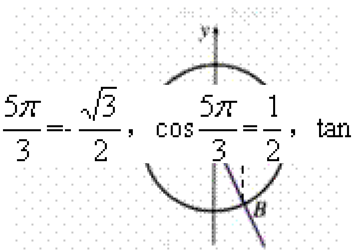


图 5

根据定义可得：

$\sin\frac{5\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos\frac{5\pi}{3}=\frac{1}{2}$，$\tan\frac{5\pi}{3}=-\sqrt{3}$。

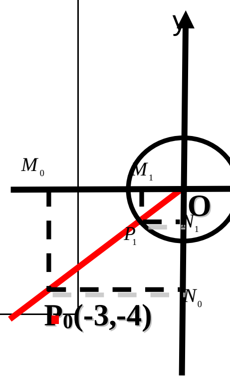
例 2 已知角 α 的终边经过点 P（－3，－4），求角 α 的正弦、余弦和正切值。

解： **作单位圆与 α 的终边交于点 $P_1(x_1, y_1)$**

利用相似三角形可求出

$$x_1 = -\frac{3}{5}, y_1 = -\frac{4}{5}$$

$$\sin\alpha = -\frac{4}{5} \quad \cos\alpha = -\frac{3}{5} \quad \tan\alpha = \frac{4}{3}$$



只需计算：$r = OP_0 = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$

$$\sin\alpha = \frac{y}{r} = -\frac{4}{5} \quad \cos\alpha = \frac{x}{r} = -\frac{3}{5} \quad \tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{4}{3}$$

变式 1：已知角α的终边经过点P（－6，－8），求角α的正弦、余弦和正切值。

变式 2：已知角α的终边经过点P（x，y），求角α的正弦、余弦和正切值。

定义推广：

设角α是一个任意角，P（x，y）**终边上的任意一点，点 P 与原点的距离**$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

那么：$\frac{y}{r}$**叫做α的正弦，即**$\sin\alpha = \frac{y}{r}$

$\frac{x}{r}$**叫做α的余弦，即**$\cos\alpha = \frac{x}{r}$

$\frac{y}{x}$**叫做α的正切，即**$\tan\alpha = \frac{y}{x}$

（六）小结反思

（1）任意角的三角函数的定义及其推广；

（2）利用三角函数的定义求三角函数值；

（3）三角函数是用来研究“周而复始”运动的一种函数.

(七)目标检测

1.求$\frac{7}{6}\pi$的正弦、余弦、正切值.

2.已知角α的终边在直线$y=x$上,求角θ的三个三角函数值.

思考题：当α的终边落在不同象限时，三角函数值得符号怎么讨论？

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好。

三、缺点：

大部分学生对概念仍有些抽象，不太理解。

三、改进：

任意角的三角函数定义的生成是一个逐步化归过程，即由直角三角形中边的比到直角坐标系中坐标比，再到单位圆上点的坐标定义三角函数，教学过程应充分考虑到这一点，从学生最近发展区出发，借助几何画板展示和层层递进的探究，使学生的学习建立在已有认知经验的基础上，对任意角的三角函数定义的理解才能全面、深刻，更好地完成本节课的教学目标。

第九、十课时

基本信息	
教学主题	任意角的三角函数（2）
教学目标	1.认知目标：巩固符号法则，掌握诱导公式（一）. 2.能力目标：熟练掌握用定义法求角α的各三角函数值； 3.情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气。
教学重点	诱导公式的掌握
教学难点	诱导公式的掌握
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

（一）复习：（提问）

1．三角函数的定义及定义域、值域：

练习 1：

(1) 已知角ϑ的终边经过点$\mathrm{P}(-4a,3a)$，且$a\neq 0$，求ϑ的三角函数值

(2)已知角α的终边上一点$\mathrm{P}(6,\mathrm{y})$，且$\tan\alpha=\dfrac{5}{12}$，求 y 的值。

2．三角函数的符号法则：

练习 2：

（1）确定下列三角函数的符号：$\sin(-750°)$；$\cos\dfrac{31}{6}\pi$ ；$\tan(-\dfrac{13}{4}\pi)$

（2）根据下列条件，确定角α的终边所在的象限：

①已知$\sin\alpha<0$且$\tan\alpha>0$；②$\sin\alpha\cdot\tan\alpha<0$

（二）新授：

诱导公式

由三角函数的定义，就可知道：终边相同的角三角函数值相同。

即有：

$\sin(\alpha+2k\pi)=\sin\alpha$，

$\cos(\alpha+2k\pi)=\cos\alpha$，其中$k\in Z$.

$\tan(\alpha+2k\pi)=\tan\alpha$，

练习：

1、求下列三角函数的值：

（1）$\cos\frac{9\pi}{4}$，（2）$\tan(-\frac{11\pi}{6})$，（3）$\sin\frac{9\pi}{2}$.

2、书上 128 页 4、5 题

（三）小结：

1．任意角的三角函数的定义；

2．三角函数的符号及诱导公式。

（四）作业：

1、练习　书上 128 页 3、6、7 题

2、已知角 α 的终边经过点 P$(x,-6)$，且 $\cos\alpha=-\frac{5}{13}$，求 x 的值。

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

三、缺点：

课堂留白时间不够

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

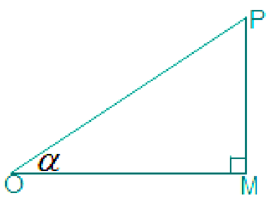
第十一、十二课时

基本信息	
教学主题	同角三角函数的基本关系 1
教学目标	4. 认知目标：掌握同角三角函数的两个基本关系式，并能准确应用同角三角函数关系进行化简、求值 5. 能力目标：体会函数与方程思想，分类讨论思想 6. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气
教学重点	三角函数基本关系式的推导、记忆及应用
教学难点	三角函数基本关系式的推导、记忆及应用
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

【情境引入】

1. 锐角三角函数的定义：



$$\sin\alpha=\frac{对边}{斜边}=\frac{MP}{OP}$$

$$\cos\alpha=\frac{邻边}{斜边}=\frac{OM}{OP}$$

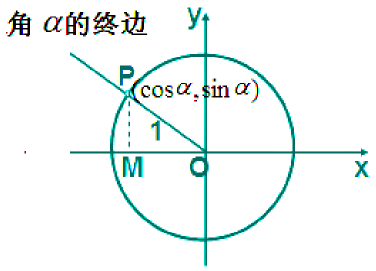
$$\tan\alpha=\frac{对边}{邻边}=\frac{MP}{OM}$$

对于锐角α： $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\quad \tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

【探求新知】

2. 任意角的三角函数的定义：

设角α终边与单位圆交于点P$(\cos\alpha,\sin\alpha)$



$$\sin\alpha = y$$
$$\cos\alpha = x$$
$$\tan\alpha = \frac{y}{x}$$

对于角 α： $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \quad \tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

【数学构建】

1. 同角三角函数之间的基本关系式

平方关系： $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

商数关系： $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \quad (\alpha\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in Z)$

2. 基本关系式的变形式：

$\cos^2 a=1-\sin^2 a$

$\sin^2 a=1-\cos^2 a$

$1=\sin^2 a+\cos^2 a$ (逆用)

$\sin a=\tan a\cdot\cos a$

$\dfrac{\sin a}{\cos a}=\tan a$ (逆用)

【数学运用】

例 1 已知$\sin a=\dfrac{4}{5}$，且 a 是第二象限角，求$\cos a,\tan a$的值 .

变题1 已知 $\sin a=\dfrac{4}{5}$, 根据下列条件，求 $\cos a$, $\tan a$ 的值.

（1）a 是第一象限角；

（2）a 是第二象限角.

变题2 已知 $\sin a=\dfrac{4}{5}$, 求 $\cos a$, $\tan a$ 的值.

例 2 已知 $\tan a=\dfrac{12}{5}$, 求 $\sin a$, $\cos a$ 的值. (教材第16页例2)

【巩固训练】

练习1 已知 $\cos a=-\dfrac{4}{5}$, 且 a 是第三象限角，求 $\sin a$, $\tan a$ 的值.

练习2 已知 $\tan\theta=\dfrac{12}{5}$, 求 $\sin\theta$, $\cos\theta$ 的值.

课堂小结

1. 本节课学习的主要内容：同角三角函数关系

平方关系：$\sin^2 a+\cos^2 a=1$

商数关系：$\tan a=\dfrac{\sin a}{\cos a}(a\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}, k\in Z)$

2. 利用公式解决的主要问题：
已知一个角的某一三角函数值，求其他两个三角函数值，即“知一求二”。
(注意：若未知角的象限，则需分类讨论)

作业：

1．练习 P130 第 2 题 2.《同步练习》

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

三、 缺点：

学生已基本掌握，但对于运用能力不够

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第十三、十四课时

基本信息	
教学主题	同角三角函数的基本关系（2）
教学目标	认知目标：根据三角函数关系式进行三角式的化简和证明； 能力目标：了解已知一个三角函数关系式求三角函数（式）值的方法 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气
教学重点	如何运用公式对三角式进行化简和证明
教学难点	如何运用公式对三角式进行化简和证明
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

（一）复习：

1．同角三角函数的基本关系式。

（1）倒数关系： $\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$.

（2）商数关系： $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$，$\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

（3）平方关系：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

（练习）已知 $\tan\alpha=\dfrac{4}{3}$，求 $\cos\alpha$.

（二）新课讲解：

例 1．化简 $\sqrt{1-\sin^2 440^\circ}$.

解：原式 $=\sqrt{1-\sin^2(360^\circ+80^\circ)}=\sqrt{1-\sin^2 80^\circ}=\sqrt{\cos^2 80^\circ}=\cos 80^\circ$.

例 2．化简 $\sqrt{1-2\sin 40^\circ\cos 40^\circ}$.

解：原式 $=\sqrt{\sin^2 40^\circ+\cos^2 40^\circ-2\sin 40^\circ\cos 40^\circ}$

$=\sqrt{(\sin 40^\circ-\cos 40^\circ)^2}=|\cos 40^\circ-\sin 40^\circ|=\cos 40^\circ-\sin 40^\circ$.

例 3．已知 $\sqrt{\dfrac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}-\sqrt{\dfrac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}=-2\tan\alpha$，试确定使等式成立的角 α 的集合。

解：$\because\ \sqrt{\dfrac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}-\sqrt{\dfrac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}=\sqrt{\dfrac{(1+\sin\alpha)^2}{\cos^2\alpha}}-\sqrt{\dfrac{(1-\sin\alpha)^2}{\cos^2\alpha}}=\dfrac{|1+\sin\alpha|}{|\cos\alpha|}-\dfrac{|1-\sin\alpha|}{|\cos\alpha|}$

$=\dfrac{1+\sin\alpha-1+\sin\alpha}{|\cos\alpha|}=\dfrac{2\sin\alpha}{|\cos\alpha|}$.

又 $\because\ \sqrt{\dfrac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}-\sqrt{\dfrac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}=-2\tan\alpha$，

$\therefore\ \dfrac{2\sin\alpha}{|\cos\alpha|}+\dfrac{2\sin\alpha}{\cos\alpha}=0$，　即得 $\sin\alpha=0$ 或 $|\cos\alpha|=-\cos\alpha\neq 0$.

所以，角 α 的集合为：$\{\alpha\,|\,\alpha=k\pi$ 或 $2k\pi+\dfrac{\pi}{2}<\alpha<2k\pi+\dfrac{3\pi}{2},k\in Z\}$.

例 4．化简 $(1-\cot\alpha+\csc\alpha)(1-\tan\alpha+\sec\alpha)$.

解：原式 $=(1-\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}+\dfrac{1}{\sin\alpha})(1-\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\dfrac{1}{\cos\alpha})$

$=\dfrac{\sin\alpha-\cos\alpha+1}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{\cos\alpha-\sin\alpha+1}{\cos\alpha}=\dfrac{1-(\sin\alpha-\cos\alpha)^2}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=\dfrac{1-1+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=2$.

说明：化简后的简单三角函数式应尽量满足以下几点：

（1）所含三角函数的种类最少；

（2）能求值（指准确值）尽量求值；

（3）不含特殊角的三角函数值。

例 5．求证：$\dfrac{\cos x}{1-\sin x}=\dfrac{1+\sin x}{\cos x}$.

证法一：由题义知 $\cos x\neq 0$，所以 $1+\sin x\neq 0,1-\sin x\neq 0$.

$\therefore$ 左边 $=\dfrac{\cos x(1+\sin x)}{(1-\sin x)(1+\sin x)}=\dfrac{\cos x(1+\sin x)}{\cos^2 x}=\dfrac{1+\sin x}{\cos x}=$ 右边.

$\therefore$ 原式成立.

证法二：由题义知 $\cos x\neq 0$，所以 $1+\sin x\neq 0,1-\sin x\neq 0$.

又 $\because\ (1-\sin x)(1+\sin x)=1-\sin^2 x=\cos^2 x=\cos x\cdot\cos x$，

$\therefore\ \dfrac{\cos x}{1-\sin x}=\dfrac{1+\sin x}{\cos x}$.

证法三：由题义知 $\cos x\neq 0$，所以 $1+\sin x\neq 0,1-\sin x\neq 0$.

$\dfrac{\cos x}{1-\sin x}-\dfrac{1+\sin x}{\cos x}=\dfrac{\cos x\cdot\cos x-(1+\sin x)(1-\sin x)}{(1-\sin x)\cos x}=\dfrac{\cos^2 x-1+\sin^2 x}{(1-\sin x)\cos x}=0$，

$\therefore\ \dfrac{\cos x}{1-\sin x}=\dfrac{1+\sin x}{\cos x}$.

例 6．求证：$\sin^2 x\cdot\tan x+\cos^2 x\cdot\cot x+2\sin x\cdot\cos x=\tan x+\cot x$.

证明：左边 $=\sin^2 x\cdot\dfrac{\sin x}{\cos x}+\cos^2 x\cdot\dfrac{1}{\tan x}+2\sin x\cdot\cos x$

$=\dfrac{\sin^3 x}{\cos x}+\cos^2 x\cdot\dfrac{\cos x}{\sin x}+2\sin x\cdot\cos x$

$$=\frac{\sin^4 x+\cos^4 x+2\sin^2 x\cos^2 x}{\sin x\cdot\cos x}=\frac{(\sin^2 x+\cos^2 x)^2}{\sin x\cos x}=\frac{1}{\sin x\cos x},$$

右边$=\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin x\cos x}=\frac{1}{\sin x\cos x}$.

所以，原式成立。

总结：证明恒等式的过程就是分析、转化、消去等式两边差异来促成统一的过程，证明时常用的方法有：（1）从一边开始，证明它等于另一边（如例 5 的证法一）；（2）证明左右两边同等于同一个式子（如例 6）；（3）证明与原式等价的另一个式子成立，从而推出原式成立。

例 7．已知$\sin x+\cos x=\frac{1-\sqrt{3}}{2}(0<x<\pi)$，求$\sin x,\cos x$.

解：由$\sin x+\cos x=\frac{1-\sqrt{3}}{2}(0<x<\pi)$等式两边平方：

$\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x=(\frac{1-\sqrt{3}}{2})^2$.

$\therefore \sin x\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{4}$（*），即$\begin{cases}\sin x+\cos x=\frac{1-\sqrt{3}}{2}\\ \sin x\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{4}\end{cases}$，

$\sin x,\cos x$可看作方程$z^2-\frac{1-\sqrt{3}}{2}z-\frac{\sqrt{3}}{4}=0$的两个根，解得$z_1=\frac{1}{2},z_2=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

又$\because 0<x<\pi$，$\therefore \sin x>0$．又由（*）式知$\cos x<0$

因此，$\sin x=\frac{1}{2},\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（三）小结：

1．运用同角三角函数关系式化简、证明。

2．常用的变形措施有：大角化小，切割化弦等。

（四）作业：

1.练习 P130　第 3，4 题

2.同步练习

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

七、缺点：

证明有些困难。

三、改进：

适当放慢讲课的速度，给学生一定的思考空间

第十五、十六课时

基本信息	
教学主题	诱导公式
教学目标	1.认知目标：借助单位圆，推导出正弦、余弦和正切的诱导公式，能正确运用诱导公式将任意角的三角函数化为锐角的三角函数，并解决有关三角函数求值、化简和恒等式证明问题. 2.能力目标：通过公式的应用，了解未知到已知、复杂到简单的转化过程，培养学生的化归思想，以及信息加工能力、运算推理能力、分析问题和解决问题的能力 3.情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气
教学重点	四组诱导公式的记忆、理解、运用
教学难点	四组诱导公式的推导、记忆及符号的判断
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

（一）导入新知（知识链接）

同学们回忆一下求任意角三角函数有几种方法：

终边定义法：$\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$；$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$；$\tan\alpha=\dfrac{y}{x}$.

单位圆定义法：$\sin\alpha=y$；$\cos\alpha=x$；$\tan\alpha=\dfrac{y}{x}(x\neq0)$

且终边相同角的的三角函数值一样。

得到诱导公式一：

$$\sin\alpha=\sin(\alpha+360°k)$$

$$\cos\alpha=\cos(\alpha+360°k)$$

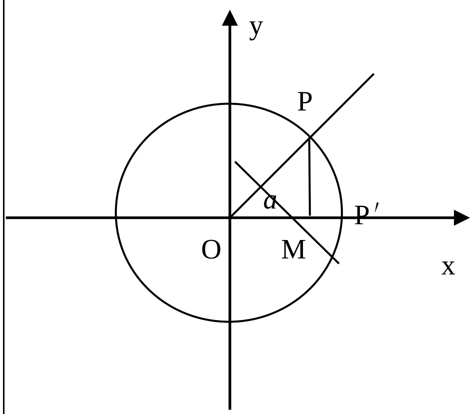
$$\tan\alpha=\tan(\alpha+360°k)$$

在这里α可以是任意角，现在我们就假设α是锐角。来研究其他类型的诱导公式。 这节课我们就来学习三角函数的诱导公式。

（二）探究新知

1、三角函数$(-\alpha)$型诱导公式（公式三）

我们就用单位圆定义法来研究：
设α角为锐角，P（x，y）



此时角α的三角函数值为：$\sin\alpha = y$；$\cos\alpha = x$；$\tan\alpha = \dfrac{y}{x}(x \neq 0)$

现在作角α的终边OP关于x轴的对称边OP′，可得P′点坐标为（x,-y）。此时以OP′为终边的角为$-\alpha$。则角$-\alpha$的三角函数值为：

$\sin(-\alpha) = -y$

$\cos(-\alpha) = x$

$\tan(-\alpha) = -\dfrac{y}{x}$

与角α的三角函数值比较可以得出：

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$

这里我们假设的是角α是锐角，根据与角α终边相同的角有无数个，角-α终边相同的角有无数个，且三角函数值一样，可知这里的α角也可以是任意角最终化简都符合：

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$

但是无论α角有多大我们都把它想象成锐角（因为简单）。这是公式三。

2、三角函数$(\pi-\alpha)$型诱导公式（公式四）

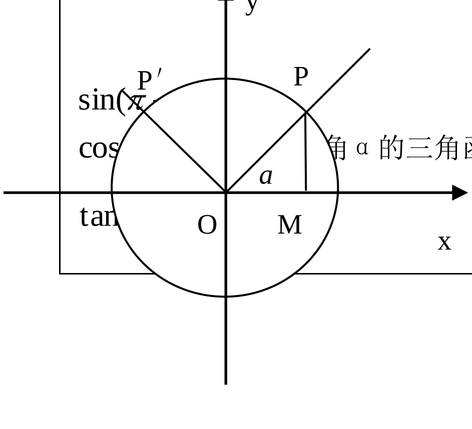
现在作角α的终边OP关于y轴的对称边OP′，可得P′点坐标为（-x,y）。此时以OP′为终边的角为$\pi-\alpha$。则角$\pi-\alpha$的三角函数值为：

sin(π

cos

tan

角α的三角函数值比较可以得出：



$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$

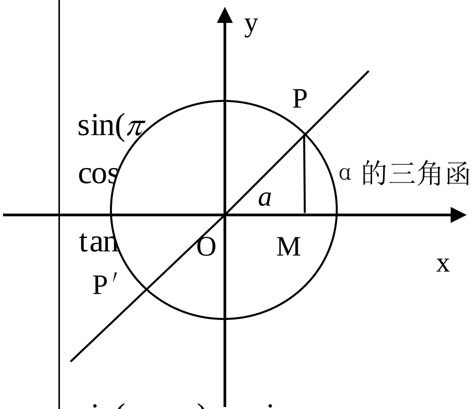
$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$ 同理这里的α角也可以是任意角，但是无论α角有多大我们都把它想象成锐角（因

$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$

为简单）。这是公式四。

3、三角函数$(\pi+\alpha)$型诱导公式（公式二）

现在作角α的终边 OP 关于原点的对称边 OP′，可得 P′点坐标为（-x,-y）。此时以 OP′为终边的角为 $\pi+\alpha$。则角 $\pi+\alpha$ 的三角函数值为：



sin(π

cos α的三角函数值比较可以得出：

tan

$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$

$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$ 同理这里的α角也可以是任意角，但是无论α角有多大我们都把它想象成锐角（因

$\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha$

为简单）。这是公式二。

我们可以发现这几种形式的三角函数经诱导之后都是：**函数名不变，符号看象限。**

三、巩固练习

1．sin 330°的值为(　　)

A．$-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B.$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D.$\frac{1}{2}$

2．若 n 为整数，则代数式$\frac{\sin(n\pi+\alpha)}{\cos(n\pi+\alpha)}$的化简结果是(　　)

A．$\pm\tan\alpha$　　B．$-\tan\alpha$

C．$\tan\alpha$　　D.$\frac{1}{2}\tan\alpha$

3．若 $\cos(3\pi+\alpha)=-\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}\pi<\alpha<2\pi$，则 $\sin(3\pi+\alpha)$等于(　　)

A.$\frac{1}{2}$　　　B．$\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　C.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　D．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

4．已知$\sin(2\pi+\theta)>0,\cos(\theta-\pi)>0$,则下列不等关系中必定成立的是(　　)

A.$\sin\theta<0,\cos\theta>0$　　B.$\sin\theta>0,\cos\theta<0$

C.$\sin\theta>0,\cos\theta>0$　　D.$\sin\theta<0,\cos\theta<0$

5.将下列三角函数值化为锐角的三角函数值

(1)cos(-320°);　　　　(2)sin(1440°);

6.求下列三角函数值:

(2)$\sin(-\frac{7\pi}{6})$;　　　　(4)$\cos(-\frac{79\pi}{6})$.

7.化简:

(1)$\sin(\alpha-180°)\cos(180°-\alpha)\sin(\alpha+360°)$;

(2)$\sin(-\alpha)\cos(6\pi+\alpha)\tan(-\alpha-\pi)$.

四、课堂总结（知识点梳理）

1．设 α 为任意角，则 $\pi+\alpha$，$-\alpha$，$\pi-\alpha$ 的终边与 α 的终边之间的对称关系.

相关角	终边之间的对称关系
$\pi+\alpha$ 与 α	关于________对称
$-\alpha$ 与 α	关于________对称
$\pi-\alpha$ 与 α	关于________对称

2.诱导公式一～四

(1)公式一：$\sin(\alpha+2k\pi)=$__________，$\cos(\alpha+2k\pi)=$________，$\tan(\alpha+2k\pi)=$________，其中 $k\in\mathbf{Z}$.

(2)公式二：$\sin(\pi+\alpha)=$______，$\cos(\pi+\alpha)=$________，$\tan(\pi+\alpha)=$________.

(3)公式三：$\sin(-\alpha)=$________，$\cos(-\alpha)=$________，$\tan(-\alpha)=$________.

(4)公式四：$\sin(\pi-\alpha)=$________，$\cos(\pi-\alpha)=$________，$\tan(\pi-\alpha)=$________.

教学反思

一、优点： 师生互动活跃，课堂氛围良好 **八、缺点：** 对于公式理解记忆，学生掌握的不错，但对于运用，有些困难。 **三、改进：** 公式运用困难比较大，需加强练习。 学生接受新知识的过程到真正掌握需花一段时间，我也不能太急于求成，需给他们消化的时间。

第十七、十八课时

基本信息	
教学主题	**两角差的三角函数**
教学目标	1. 认知目标： 引导学生建立两角差的余弦公式。通过公式的简单应用，使学生初步理解公式的结构及其功能，并为建立其他和差公式打好基础 2. 能力目标：在探究公式的过程中，逐步培养学生学会分析问题、解决问题的能力，培养学生学会合作交流的能力 3. 情感目标：通过课题背景的设计，增强学生的应用意识，激发学生的学习积极性
教学重点	两角差余弦公式的探索和简单应用
教学难点	探索过程的组织和引导
教学方法	1. 自主性学习法：通过自学掌握两角差的余弦公式. 2. 探究式学习法：通过分析、探索、掌握两角差的余弦公式的过程. 3. 反馈练习法：以练习来检验知识的应用情况，找出未掌握的内容及其存在的差距
教学设计	

（一）创设情景，揭示课题

以学校教学楼为背景素材（见课件）引入问题。并针对问题中的$\cos 15^0$用计算器或不用计算器计算求值，以激趣激疑，导入课题。

教师问：想一想: 学校因某次活动的需要,需从楼顶的 C 点处往该点正对的地面上的 A 点处拉一条钢绳,为了在购买钢绳时不至于浪费,你能算一算到底需要多长钢绳吗? (要求在地面上测量,测量工具:皮尺,测角器)

问题：（1）能不能不用计算器求值 ： $\cos 45^0$ ， $\cos 30^0$ ， $\cos 15^0$

（2）$\cos(45^0-30^0)=\cos 45^0-\cos 30^0$是否成立？

设计意图：由给出的背景素材，使学生感受数学源于生活，又应用于生活，唤起学生解决问题的兴趣，

和抛出新知识引起学生的疑惑，在兴趣和疑惑中，激发学生的求知欲，引导学习方向。

（二）、研探新知

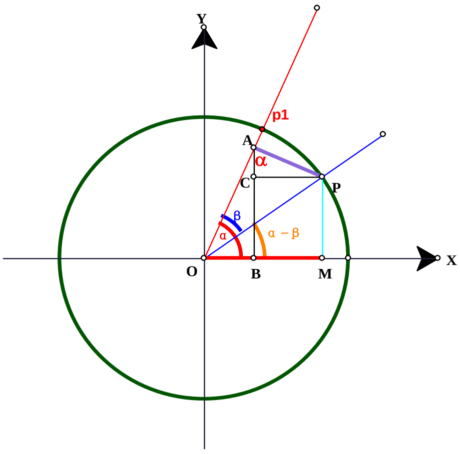
1. 三角函数线法：

问：①怎样作出角α、β、$\alpha-\beta$的终边。

②怎样作出角$\alpha-\beta$的余弦线 OM

③怎样利用几何直观寻找 OM 的表示式。

设计意图：尽量用动画课件把探索过程展示出来，使学生能从几何直观角度加强对公式结构形式的认识。



（1） 设角α终边与单位圆地交点为 P_1，$\angle POP_1=\beta,$则$\angle POx=\alpha-\beta$。

（2） 过点 **P** 作 **P**M⊥X 轴于点 M，那么 OM 就是 $\alpha-\beta$的余弦线。

（3） 过点 **P** 作 **P**A⊥OP_1于 A，过点 A 作 AB⊥x 轴于 B，过点 P 作 PC⊥AB 于 C

那么

OA 表示 $\cos\beta$，AP 表示$\sin\beta$，并且$\angle PAC=\angle P_1Ox=\alpha.$

于是 **OM=OB+BM**

=OB+CP

=OA $\cos\alpha$ **+AP** $\sin\alpha$

= $\cos\beta\cos\alpha+\sin\beta\sin\alpha$

最后要提醒学生注意，公式推导的前提条件：

α、β、$\alpha-\beta$都是锐角，且$\alpha>\beta$

2. 向量法：

问：①结合图形，明确应选哪几个向量，它们怎么表示？

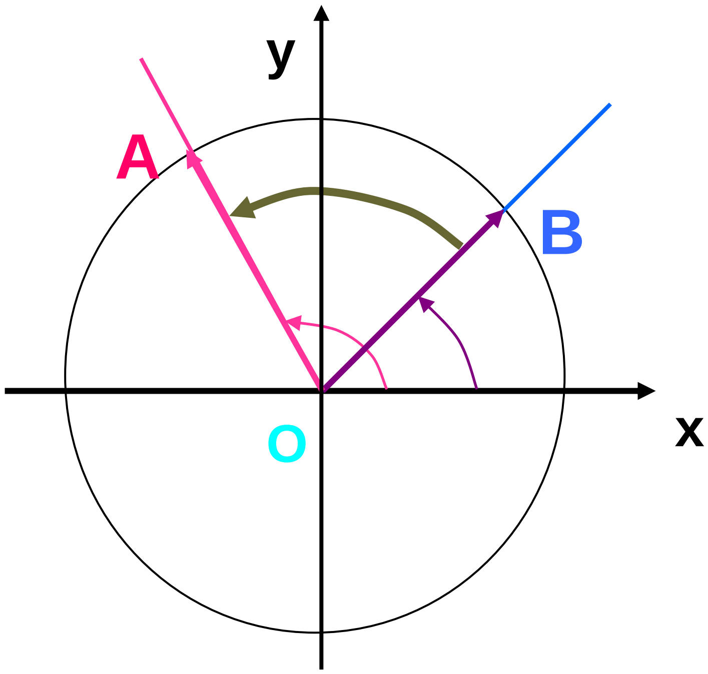
② 怎样利用向量数量积的概念和计算公式得到结果。

③ 对探索的过程进一步严谨性的思考和处理，从而得到合理的科学结论。

设计意图：让学生经历利用向量知识解决一个数学问题的过程，体会向量方法解决数学问题的简洁性。

如图,建立单位圆**O**

则$\overrightarrow{OA}=(\cos\alpha,\sin\alpha),\overrightarrow{OB}=(\cos\beta,\sin\beta)$ 由 向 量 数 量 积 的 概 念 ， 有



由向量数量积的坐标表示, 有

因为 α、β、都是任 意 角, 所以$\alpha-\beta$也是任意角, 但由诱导公式以总可找到一个$\theta\in[0,2\pi)$，使得 $\cos\theta=\cos(\alpha-\beta)$。

于是对于任意角α、β都有

简记$C_{(\alpha-\beta)}$

例 1. 利用差角余弦公式求 $\cos15^0$ 的值

（求解过程让学生独立完成，注意引导学生多方向、多维度思考问题）

解法 1：

$$\cos 15^0=\cos(45^0-30^0)=\cos 45^0\cos 30^0+\sin 45^0\sin 30^0=\cdots=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

解法 2：

$$\cos 15^0=\cos(60^0-45^0)=\cos 60^0\cos 45^0+\sin 60^0\sin 45^0=\cdots=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

变式训练：利用两角差的余弦公式证明下列诱导公式：

（1）$\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha$；　　（2）$\cos(2\pi-\alpha)=\cos\alpha$

例2.已知sinα=$\frac{4}{5}$，α∈（$\frac{\pi}{2}$，π），cosβ=-$\frac{5}{13}$，β第三象限角，求cos（$\alpha-\beta$）的值　（让学生联系公式 $C_{(\alpha-\beta)}$ 和本题的条件，考虑清楚要计算 $\cos(\alpha-\beta)$，应作那些准备。）　解：由

$\sin\alpha=\frac{4}{5},\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，得 $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=-\frac{3}{5}$

又由 $\cos\beta=-\frac{5}{13}$，β 是第三象限角，得 $\sin\beta=-\sqrt{1-\cos^2\beta}=-\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2}=-\frac{12}{13}$

所以 $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=(-\frac{3}{5})\times\left(-\frac{5}{13}\right)+\frac{4}{5}\times\left(-\frac{12}{13}\right)=-\frac{33}{65}$

让学生结合公式 $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$，明确需要再求哪些三角函数值，可使问题得到解决。

变式训练：已知 $\sin\theta=\frac{15}{17}$，θ是第二象限角，求 $\cos$（$\theta-\frac{\pi}{3}$）的值

（三）、质疑答辩，排难解惑，发展思维

1. 利用两角和（差）的余弦公式，求 $\cos 75^0,\cos 105^0$

【点评】：把一个具体角构造成两个角的和、差形式，有很多种构造方法，例如：$\cos 105^0=\cos(150^0-45^0)$，要学会灵活运用.

2.求值 $\cos 75^0\cos 30^0+\sin 75^0\sin 30^0$　　($\frac{\sqrt{2}}{2}$)

3. 化简 $\cos(\alpha+\beta)\cos\beta+\sin(\alpha+\beta)\sin\beta$　　$(\cos\alpha)$

4.已知α，β为锐角，$\cos\alpha=\frac{1}{7},\sin$（$\alpha+\beta$）$=\frac{5}{14}\sqrt{3}$，求$\cos\beta$　　（$\frac{1}{2}$）

提示：利用拆角思想 $\cos\beta=\cos[(\alpha+\beta)-\alpha]$ 的变换技巧

（设计意图：通过变式训练，进一步加深学生对公式的理解和应用，体验公式既可正用、逆用，还可变

用.还可使学生掌握“变角”和“拆角”的思想方法解决问题，培养了学生的灵活思维品质，提高学生的数学交流能力，促进思维的创新。）

（四）发导学案、布置预习

本节我们学习了两角和与差的余弦公式，要求同学们掌握公式$C_{(\alpha-\beta)}$的推导，能熟练运用公式$C_{(\alpha-\beta)}$，注意公式$C_{(\alpha-\beta)}$的逆用。在解题过程中注意角α、β的象限，也就是符号问题，学会灵活运用.课下完成本节的课后练习以及课后延展作业，课本P_{137}习题2.3.4

(设计意图：布置下节课的预习作业，并对本节课巩固提高。教师课后及时批阅本节的延伸拓展训练。)

九、板书设计

两角差的余弦公式

1.三角函数线法　　　　　　2.向量法

例1　　　　变式训练　　　　例2　　　　变式训练

当堂训练1.　　　　　　2.

3.　　　　　　4.

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

二、缺点：

本节课的证明过程虽然不要求，但我想让学生了解这产生的原因，了解其过程。

三、改进：

本节主要考察如何用任意角α，β的正弦余弦值来表示$\cos(\alpha-\beta)$，回顾公式$C_{(\alpha-\beta)}$的推导过程，观察公式的特征，注意符号区别以及公式中角α，β的任意性，特别要注意公式既可正用、逆用，还可变用(即要活用).还要注意掌握“变角”和“拆角”的思想方法解决问题.

设计意图：让学生通过自己小结，反思学习过程，加深对公式及其推导过程（包括发现、猜想、论证的数学化的过程）的理解

第十九、二十课时

<table>
<tr><th colspan="2">基本信息</th></tr>
<tr><td>教学主题</td><td>两角和的三角函数</td></tr>
<tr><td>教学目标</td><td>认知目标：掌握两角和与差公式的推导过程
能力目标：培养学生利用公式求值、化简的分析、转化、推理能力.
情感目标：发展学生的正、逆向思维能力，构建良好的思维品质</td></tr>
<tr><td>教学重点</td><td>两角和与差公式的应用和旋转变换公式</td></tr>
<tr><td>教学难点</td><td>两角和与差公式变 aSina＋bCosa 为一个角的三角函数的形式</td></tr>
<tr><td>教学方法</td><td>1．温故、推新，循序渐进，以学生为主体逐步掌握本节知识要点
2．学案导学：见后面的学案。
3．新授课教学基本环节：预习检查、总结疑惑→情境导入、展示目标→合作探究、精讲点拨→反思总结、当堂检测→发导学案、布置预习</td></tr>
<tr><th colspan="2">教学设计</th></tr>
</table>

（一）**复习式导入：1.**大家首先回顾一下两角差的余弦公式：

；$\cos\left(\alpha-\beta\right)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$．如何推导两角和的余弦公式？可以用什么技巧？

$$\cos\left(\alpha+\beta\right)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

2.下面大家思考一下两角和与差的正弦公式是怎样的呢？

提示：在第一章我们用诱导公式五（或六）可以实现正弦、余弦的互化，这对我们解决今天的问题有帮助吗？

让学生动手完成两角和与差正弦和正切公式.

$$\sin\left(\alpha+\beta\right)=\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(\alpha+\beta\right)\right]=\cos\left[\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\beta\right]=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cos\beta+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\sin\beta$$

$$=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta.$$

$\sin\left(\alpha-\beta\right)=\sin\left[\alpha+\left(-\beta\right)\right]=\sin\alpha\cos\left(-\beta\right)+\cos\alpha\sin\left(-\beta\right)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$　　让学

生观察认识两角和与差正弦公式的特征，并思考两角和与差正切公式.（学生动手）

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}.$$

通过什么途径可以把上面的式子化成只含有 $\tan\alpha$、$\tan\beta$ 的形式呢？（分式分子、分母同时除以 $\cos\alpha\cos\beta$，得到 $\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$.

注意：$\alpha+\beta\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,\alpha\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,\beta\neq\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in z)$

以上我们得到两角和的正切公式，我们能否推倒出两角差的正切公式呢？

$$\tan(\alpha-\beta)=\tan\left[\alpha+(-\beta)\right]=\frac{\tan\alpha+\tan(-\beta)}{1-\tan\alpha\tan(-\beta)}=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$$

注意：$\alpha+\beta\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,\alpha\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,\beta\neq\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in z)$.

（二）例题讲解

例 1、已知 $\sin\alpha=-\frac{3}{5},\alpha$ 是第四象限角，求 $\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right),\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right),\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$ 的值.

解：因为 $\sin\alpha=-\frac{3}{5},\alpha$ 是第四象限角，得 $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$，

$$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}}=-\frac{3}{4}\ ,$$

于是有 $\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha-\cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{4}{5}-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{7\sqrt{2}}{10}$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha-\sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{4}{5}-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{7\sqrt{2}}{10}$$

两结果一样，我们能否用第一章知识证明？

$$\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\alpha-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan\alpha\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{-\frac{3}{4}-1}{1+\left(-\frac{3}{4}\right)}=-7$$

例 2、利用和（差）角公式计算下列各式的值：

（1）、$\sin 72^\circ \cos 42^\circ - \cos 72^\circ \sin 42^\circ$；（2）、$\cos 20^\circ \cos 70^\circ - \sin 20^\circ \sin 70^\circ$；（3）、$\dfrac{1+\tan 15^\circ}{1-\tan 15^\circ}$.

解：分析：解此类题首先要学会观察，看题目当中所给的式子与我们所学的两角和与差正弦、余弦和正切公式中哪个相象.

（1）、$\sin 72^\circ \cos 42^\circ - \cos 72^\circ \sin 42^\circ = \sin\left(72^\circ - 42^\circ\right) = \sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$；

（2）、$\cos 20^\circ \cos 70^\circ - \sin 20^\circ \sin 70^\circ = \cos\left(20^\circ + 70^\circ\right) = \cos 90^\circ = 0$；

（3）、$\dfrac{1+\tan 15^\circ}{1-\tan 15^\circ} = \dfrac{\tan 45^\circ + \tan 15^\circ}{1-\tan 45^\circ \tan 15^\circ} = \tan\left(45^\circ + 15^\circ\right) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

例 3、化简 $\sqrt{2}\cos x - \sqrt{6}\sin x$

解：此题与我们所学的两角和与差正弦、余弦和正切公式不相象，但我们能否发现规律呢？

$$\sqrt{2}\cos x - \sqrt{6}\sin x = 2\sqrt{2}\left(\frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right) = 2\sqrt{2}\left(\sin 30^\circ \cos x - \cos 30^\circ \sin x\right) = 2\sqrt{2}\sin\left(30^\circ - x\right)$$

思考：$2\sqrt{2}$ 是怎么得到的？$2\sqrt{2} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{6}\right)^2}$，我们是构造一个叫使它的正、余弦分别等于 $\dfrac{1}{2}$ 和 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 的.

（三）反思总结，当堂检测。

本节我们学习了两角和与差正弦、余弦和正切公式，我们要熟记公式，在解题过程中要善于发现规律，学会灵活运用.教师组织学生反思总结本节课的主要内容，并进行当堂检测。

设计意图：引导学生构建知识网络并对所学内容进行简单的反馈纠正。

（四）发导学案、布置预习。

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

九、 缺点：

公式运用是本节课的难点，这是新知识，学生在理解方面有些困难，要求学生课后必须巩固。

三、改进：

⑴注重教学过程，注重探索，应贯穿于每一节课的始终。

⑵充分挖掘知识之间、例题之间、例题与练习之间的内在联系，创设问题情景，激发学生的学习兴趣。

⑶通过不断地提出问题、解决问题，逐步培养学生的分析问题解决问题的能力。

第二十一、二十二课时

基本信息	
教学主题	二倍角的三角函数
教学目标	1. 认知目标： 以两角和正弦、余弦和正切公式为基础，推导二倍角正弦、余弦和正切公式，理解推导过程，掌握其应用 2. 能力目标：通过例题和练习的讲解与演练，培养学生分析问题和解决问题的能力. 3. 情感目标：培养学生坚持不懈的精神和克服困难的勇气
教学重点	以两角和的正弦、余弦和正切公式为基础，推导二倍角正弦、余弦和正切公式
教学难点	二倍角的理解及其灵活运用
教学方法	讲授法，练习法，讨论法等

教学设计

（一）复习式导入：大家首先回顾一下两角和的正弦、余弦和正切公式，

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$；

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$；

$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$.

我们由此能否得到$\sin 2\alpha,\cos 2\alpha,\tan 2\alpha$的公式呢？（学生自己动手，把上述公式中$\beta$看成$\alpha$即可），

（二）公式推导：

$\sin 2\alpha=\sin(\alpha+\alpha)=\sin\alpha\cos\alpha+\cos\alpha\sin\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$；

$\cos 2\alpha=\cos(\alpha+\alpha)=\cos\alpha\cos\alpha-\sin\alpha\sin\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$；

思考：把上述关于$\cos 2\alpha$的式子能否变成只含有$\sin\alpha$或$\cos\alpha$形式的式子呢？

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-\sin^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha$；

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\cos^2\alpha-(1-\cos^2\alpha)=2\cos^2\alpha-1$.

$\tan 2\alpha=\tan(\alpha+\alpha)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\alpha}{1-\tan\alpha\tan\alpha}=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$.

注意：$2\alpha\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\alpha\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi \quad (k\in z)$

（三）例题讲解

例 1、已知$\sin 2\alpha=\dfrac{5}{13},\dfrac{\pi}{4}<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，求$\sin 4\alpha,\cos 4\alpha,\tan 4\alpha$的值.

解：由$\dfrac{\pi}{4}<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，得$\dfrac{\pi}{2}<2\alpha<\pi$.

又因为$\sin 2\alpha=\dfrac{5}{13}$, $\cos 2\alpha=-\sqrt{1-\sin^2 2\alpha}=-\sqrt{1-\left(\dfrac{5}{13}\right)^2}=-\dfrac{12}{13}$.

于是$\sin 4\alpha=2\sin 2\alpha\cos 2\alpha=2\times\dfrac{5}{13}\times\left(-\dfrac{12}{13}\right)=-\dfrac{120}{169}$；

$\cos 4\alpha=1-2\sin^2 2\alpha=1-2\times\left(\dfrac{5}{13}\right)^2=\dfrac{119}{169}$； $\tan 4\alpha=\dfrac{\sin 4\alpha}{\cos 4\alpha}=\dfrac{-\dfrac{120}{169}}{\dfrac{119}{169}}=-\dfrac{120}{119}$.

例 2 、已知$\tan 2\alpha=\dfrac{1}{3}$，求$\tan\alpha$的值.

解：$\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\dfrac{1}{3}$，由此得$\tan^2\alpha+6\tan\alpha-1=0$

解得$\tan\alpha=-2+\sqrt{5}$或$\tan\alpha=-2-\sqrt{5}$.

（四）小结：本节我们学习了二倍角的正弦、余弦和正切公式，我们要熟记公式，在解题过程中要善于发现规律，学会灵活运用.

（五）作业：

$P_{150}.T_3-T_4$

教学反思

一、优点： 师生互动活跃，课堂氛围良好 **十、缺点：** 学生对公式运用掌握的不是很好。 **三、改进：** 学生动手能力比较弱，不爱动手，经后要加强这方面的训练。

第二十三、二十四课时

基本信息	
教学主题	正弦函数图象与性质
教学目标	1.认知目标： 掌握正余弦函数图象的“五点作图法” 2.能力目标：学会用单位圆中的正弦线画出正余弦函数的图象，通过对正弦线的复习，来发现几何作图与描点作图之间的本质区别，以培养运用已有数学知识解决新问题的能力. 3.情感目标：渗透由抽象到具体的思想，使学生理解动与静的辩证关系，培养辩证唯物主义观点
教学重点	“五点法”画长度为一个周期的闭区间上的正弦函数图象
教学难点	运用几何法画正弦函数图象
教学方法	新授课教学基本环节：预习检查、总结疑惑→情境导入、展示目标→合作探究、精讲点拨→反思总结、当堂检测→发导学案、布置预习
教学设计	
一、预习检查、总结疑惑 检查落实了学生的预习情况并了解了学生的疑惑，使教学具有了针对性。 **二、复 习导入、展示目标。** 1.创设情境： 问题 1：三角函数的定义及实质？三角函数线的作法和作用？ 设置意图：把问题作为教学的出发点，引起学生的好奇，用操作性活动激发学生求知欲，为发现新知识创设一个最佳的心理和认识环境，关注学生动手能力培养，使教学目标与实验的意图相一致。 学生活动：教师提问，学生回答，教师对学生作答进行点评 多媒体使用：几何画板；PPT 问题 2:根据以往学习函数的经验,你准备采取什么方法作出正弦函数的图象？作图过程中有什么困难？ 设置意图：为学生提供一个轻松、开放的学习环境，有助于有效地组织课堂学习，有助于带动和提高全体学习的积极性、主动性，更有助于培养学生的集体荣誉感，以及他们的竞争意识	

学生活动：给每位同学发一张纸，组织他们完成下面的步骤：描点、连线。
加入竞争机制看谁画得又快又好！

2.探究新知：根据学生的认知水平,正弦曲线的形成分了三个层次：

引导学生画出点 $C(\frac{\pi}{3},\sin\frac{\pi}{3})$　　问题一：你是如何得到 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的呢？如何精确描出这个点呢？

问题二：请大家回忆一下三角函数线，看看你是否能有所启发？什么是正弦线？如何作出点 $C(\frac{\pi}{3},\sin\frac{\pi}{3})$ 展示幻灯片

设置意图：由浅入深、由易到难,帮助学生体会从三角函数线出发，“以已知探求未知”的数学思想方法,培养学生的思维能力。通过对正弦线的复习，来发现几何作图与描点作图之间的本质区别，以培养运用已有数学知识解决新问题的能力。
数形结合，扫清了学生的思维障碍，更好地突破了教学的重难点

学生活动：引导学生由单位圆的正弦线知识，只要已知角 x 的大小，就可以由几何法作出相应的正弦值 $\sin x$ 来。

（教师在引导学生分析问题过程中，积极观察学生的反映，适时进行激励性评价）

多媒体使用：几何画板；PPT

问题三：能否借用点 $C(\frac{\pi}{3},\sin\frac{\pi}{3})$ 的方法，作出 $y=\sin x$，$x\in[0,2\pi]$ 的图像呢？

课件演示：正弦函数图象的几何作图法
设置意图：使学生掌握探究问题的方法，发展他们分析问题和解决问题的能力，老师的点拨，学生探究实践，进一步加深学生对几何法作正弦函数图象的理解。
通过课件演示让学生直观感受正弦函数图象的形成过程。并让学生亲自动手实践，体会数与形的完美结合。
学生活动：一方面分组合作探究，展示动手结果，上台板演，同时回答同学们提出的问题。

利用尺规作出 $[0,2\pi]$ 图象，后用课件演示

问题四：如何得到 $y=\sin x$，$x\in R$ 的图象？

展示幻灯片

设置意图：引导学生想到正弦函数 $y=\sin x$ 是周期函数，且最小正周期是 2π

问题五：这个方法作图象，虽然比较精确，但不太实用，如何快捷地画出正弦函数的图象呢？

学生活动：请同学们观察，边口答在 $y=\sin x$，$x\in[0,2\pi]$ 的图象上，起关键作用的点有几个？
引导学生自然得到下面五个：

(0, 0), ($\frac{\pi}{2}$, 1)

(0, 0), ($\frac{3\pi}{2}$, -1)

(2π, 0)

组织学生描出这五个点，并用光滑的曲线连接起来，很自然得到函数的简图，称为“五点法”作图。

“五点法”作图可由师生共同完成

设置意图：积极的师生互动能帮助学生看到知识点之间的联系，有助于知识的重组和迁移。

把学生推向问题的中心，让学生动手操作，直观感受波形曲线的流畅美，对称美，使学生体会事物不断变化的奥秘。

通过讲解使学生明白“五点法”如何列表，怎样画图象。

小结作图步骤：1、列表 2、描点 3、连线

思考：如何快速做出余弦函数图像？

根据诱导公式 $\cos x=\sin(x+\frac{\pi}{2})$，还可以把正弦函数 x=sinx 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 单位即得余弦函数 y=cosx 的图象.

三、例题分析

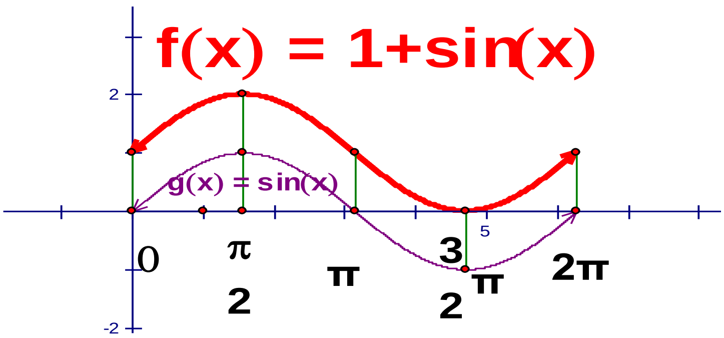
例 1、画出下列函数的简图：y＝1＋sinx ， x ∈〔0， 2 π〕

解析：利用五点作图法按照如下步骤处理 1、列表 2、描点 3、连线

解：（1） 按五个关键点列表：

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Sin x	0	1	0	－1	0
1+ Sin x	1	2	1	0	1

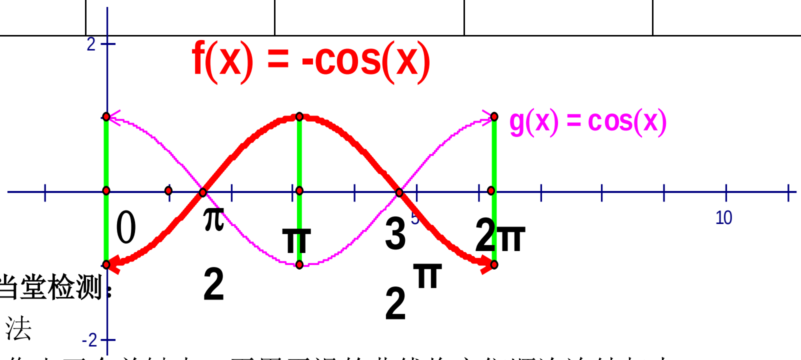
描点、连线，画出简图。



变式训练： y ＝－cosx ， x ∈〔0， 2 π〕

解：按五个关键点列表：

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Cosx	1	0	1	0	1
－Cosx	-1	0	1	0	-1



四、反思总结与当堂检测：

1、五点（画图）法

（1）作法　　先作出五个关键点，再用平滑的曲线将它们顺次连结起来。

（2）用途　　只有在精确度要求不高时，才能使用“五点法”作图。

（3）关键点 横坐标：0　　π/2　　π　　3π/2　　2π

2、图形变换　平移、翻转等

设置意图：进一步提升学生对本节课重点知识的理解和认识，并体会其应用。

学生活动：学生分组讨论完成

3、画出下列函数的简图：（1）$y=|\sin x|$，　（2）$y=\sin|x|$

五、发导学案、布置预习

思考：若从函数

1. $y=1+\sin x$ 的图像变换分析的图象可由 $y=\sin x$ 的图象怎样得到？

2.可用什么方法得到 $y=|\sin x|$ 的图像？　1、“五点法”2、翻折变换

六、板书设计

正弦函数和余弦函数的图像

一、正弦函数的图像　　　　例 1

二、作图步骤　1、列表 2、描点 3、连线　　　　练习：

三、余弦函数

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

十一、　缺点：

学生们大多数都能完成得很好，但学生对自己的评价还比较保守，表现不太自信，另外我应肯定一下普遍完成任务的所有同学，不只是肯定那几个高手。

三、改进：

学生的学习是一个积极主动的建构过程，而不是被动地接受知识的过程。由于学生已具备初等函数、三角函数线知识，为研究正弦函数图象提供了知识上的积累；因此本教学设计理念是：通过问题的提出，引起学生的好奇，用操作性活动激发学生求知欲，为发现新知识创设一个最佳的心理和认识环境，引导学生关注正弦函数的图象及其作法；并借助电脑多媒体使教师的设计问题与活动的引导密切结合，强调学生"活动"的内化，以此达到使学生有效地对当前所学知识的意义建构的目的，感觉效果很好。

但有些同学还是忽视理论探讨，急于动手做，因此总会出现这样或那样的问题，如何让学生少走弯路，对知识理解透彻，在正确的理论引导下顺利完成任务，这是个值得研究的问题。

第二十五、二十六课时

基本信息	
教学主题	余弦函数的图像与性质
教学目标	1. 认知目标： 通过图像变换得出余弦函数图像及相关函数图像 2. 能力目标：能用五点法绘制正弦函数 y=cosx 在一个周期内的大致图像 3. 情感目标：在渗透数形结合的数学思想过程中，形成类比和转化的思维习惯.
教学重点	形成余弦函数概念和五点描图画出余弦函数在一个周期内的大致图像
教学难点	通过类比和图像变换得出余弦函数图像及相关函数图像
教学方法	新授课教学基本环节：预习检查、总结疑惑→情境导入、展示目标→合作探究、精讲点拨→反思总结、当堂检测→发导学案、布置预习
教学设计	

（一）探索：如何画出余弦函数图像 ？

1、五点法作图像；

2、能不能从正弦函数图像得出？

（二）应用：

例题 1、使用五点描图法画出 $y=\cos x-1, x\in[0,2\pi]$ 下列函数的大致图像：

例题 2、作出函数 $y=\cos x, x\in\left[-\pi,\pi\right]$ 的大致图像。

例题3：作出函数$y=\frac{1}{2}-\sin x, x\in\left[0,2\pi\right]$的大致图像。

（八）探究（1）x为何值时，$\sin x>0$？

探究（2）x为何值时，$\cos x<0$？

探究（3）利用正弦函数的图像，求满足$\sin x\geq\frac{1}{2}$的x的集合。

（九）小结：

1、正弦函数与余弦函数定义；

2、利用正弦线绘制正弦函数图像，并得出五点描图法；

3、通过平移得出余弦函数图像；

4、通过平移、对称变换得出相关函数图像；

5、正弦函数和余弦函数图像的应用。

（十）作业：请做在作业本上，使用直尺作图。

课本：　第 84 页：3

练习册：第 35 页：1，2；第 37 页：1

请画出下列函数的大致图像：

（1）$y=\sin x+1, x\in[0,2\pi]$

（2）$y=-\sin x, x\in[0,2\pi]$

（3）$y=|\sin x|, x\in[0,2\pi]$

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

十二、　缺点：

由于正弦函数和余弦函数的特殊性，教材在研究正弦函数和余弦函数时先得出函数的图像，再由图像归纳得出函数的性质，而对学生来说，作函数的图像是一个难点。

三、改进：

结合诱导公式揭示余弦函数和正弦函数间的关系，通过平移正弦函数的图像得出余弦函数的图像，加深学生对函数图像变换理解和训练，再配备了其它几种图像变换的学生练习题，不仅进一步巩固了对正弦函数和余弦函数图像的相关知识的理解，同时有效训练了学生对常见几种函数图像变换实施方法和策略。结合小结、归纳，比较几种函数图像变换的方法和注意点，提高学生的感性认识和解题能力。

第二十七、二十八课时

基本信息	
教学主题	正切函数的图像与性质
教学目标	1.认知目标： 用单位圆中的正切线作正切函数的图象；用正切函数图象解决函数有关的性质； 2.能力目标：理解并掌握作正切函数图象的方法；理解用函数图象解决有关性质问题的方法； 3.情感目标：在渗透数形结合的数学思想过程中，形成类比和转化的思维习惯.
教学重点	用单位圆中的正切线作正切函数图象
教学难点	正切函数性质的研究
教学方法	新授课教学基本环节：预习检查、总结疑惑→情境导入、展示目标→合作探究、精讲点拨→反思总结、当堂检测→发导学案、布置预习
教学设计	

1．设置情境

前面我们研究了正、余弦函数的图象和性质，但常见的三角函数还有正切函数，今天我们来探讨一下正切函数的图象，以及它具有哪些性质。

2．探索研究

由研究正、余弦函数的图象和性质的方法引出正切函数的图象和性质。

下面我们也将利用单位圆中的正切线来绘制 $y=\tan x$ 图象.

（1）用正切线作正切函数图象

①分析一下正切函数 $y=\tan x$ 是否为周期函数？

$$f(x+\pi)=\tan(x+\pi)=\frac{\sin(x+\pi)}{\cos(x+\pi)}=\frac{-\sin x}{-\cos x}=\tan x=f(x)$$

$\therefore y=\tan x$ 是周期函数，π 是它的一个周期.

我们还可以证明，π 是它的最小正周期. 类似正弦曲线的作法，我们先作正切函数在一个周期上的图象，下面我们利用正切线画出函数 $y=\tan x$，$x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象.

作法如下：

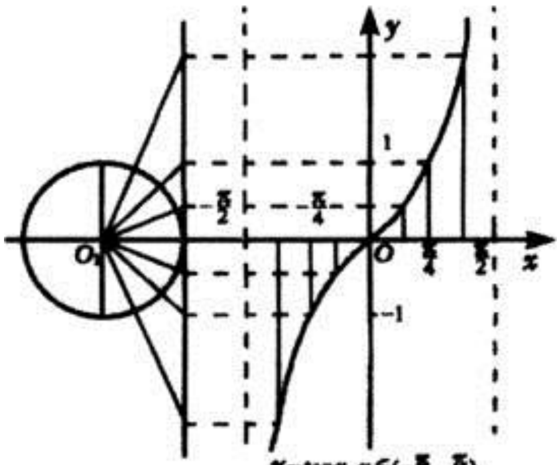
①作直角坐标系，并在直角坐标系 y 轴左侧作单位圆.

②把单位圆右半圆分成 8 等份，分别在单位圆中作出正切线.

③描点。（横坐标是一个周期的 8 等分点，纵坐标是相应的正切线）

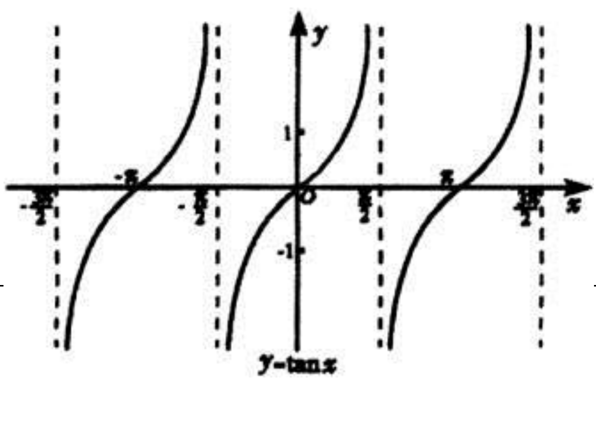
.

④连线.



$y=\tan x, x\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$

根据正切函数的周期性，我们可以把上述图象向左、右扩展，得到正切函数 $y=\tan x$ ，$(x\in R, x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}, k\in Z)$ 的图象，并把它叫做正切曲线（如图 1）.



$y=\tan x$

（2）正切函数的性质

请同学们结合正切函数图象研究正切函数的性质：定义域、值域、周期性、奇偶性和单调性.

①定义域：$\left\{x \mid x \neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}, k \in Z\right\}$

②值域：R

③周期性：正切函数是周期函数，周期是π.

④奇偶性：$\tan(-x)=-\tan x$，∴正切函数是奇函数，正切曲线关于原点O对称.

⑤单调性：由正切曲线图象可知：正切函数在开区间$(-\dfrac{\pi}{2}+k\pi, \dfrac{\pi}{2}+k\pi), k \in Z$ 内都是增函数.

强调：a. 不能说正切函数在整个定义域内是增函数

b. 正切函数在每个单调区间内都是增函数

c. 每个单调区间都包括两个象限：四、一或二、三

3．例题分析

【例 1】求函数 $y=\tan(x+\dfrac{\pi}{4})$ 的定义域.

分析：我们已经知道了 $y=\tan z$ 的定义域，那么 $y=\tan(x+\dfrac{\pi}{4})$ 与 $y=\tan z$ 有什么关系呢？令 $z=x+\dfrac{\pi}{4}$，我们把 $y=\tan(x+\dfrac{\pi}{4})$ 说成由 $y=\tan z$ 和 $z=x+\dfrac{\pi}{4}$ 复合而成。此时我们称 $y=\tan(x+\dfrac{\pi}{4})$ 为复合函数，而把 $y=\tan z$ 和 $z=x+\dfrac{\pi}{4}$ 为简单函数

解：令 $z=x+\dfrac{\pi}{4}$ ，那么函数 $y=\tan z$ 的定义域是$\left\{z \mid z \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi, k \in Z\right\}$

由 $x+\dfrac{\pi}{4}=z \neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，可得 $x \neq k\pi+\dfrac{\pi}{4}$

所以函数 $y=\tan(x+\dfrac{\pi}{4})$ 的定义域是$\{x \mid x \neq k\pi+\dfrac{\pi}{4}, k \in Z\}$

解题回顾：这种解法可称为换元法，因此复合函数可通过换元法来求得。

练习 1：求函数 $y=\tan(2x-\frac{\pi}{4})$ 的定义域。（学生板演。）

【例 2】不通过求值，比较下列各组中两个正切函数值的大小：

（1）$\tan 167^\circ$ 与 $\tan 173^\circ$ ；

（2）$\tan(-\frac{11\pi}{4})$ 与 $\tan(-\frac{13\pi}{5})$ ．

分析：比较两个正切函数值的大小可联想到比较两个正、余弦函数值的大小。

比较两个正、余弦函数值的大小是利用函数的单调性来比较。注意点是应把相应的角化到正或余弦函数的同一单调区间内来解决．类比得到比较两个正切函数值的大小的解法

解：（1）$\because 90^\circ<167^\circ<173^\circ<180^\circ$

又 $\because y=\tan x$，在 $(90^\circ,270^\circ)$ 上是增函数

$\therefore \tan 167^\circ<\tan 173^\circ$

（2）$\because \tan(-\frac{11\pi}{4})=-\tan\frac{11\pi}{4}==\tan\frac{\pi}{4}$

$\tan(-\frac{13\pi}{5})=-\tan\frac{13\pi}{5}=\tan\frac{2\pi}{5}$

又 $\because 0<\frac{\pi}{4}<\frac{2\pi}{5}<\frac{\pi}{2}$ ，函数 $y=\tan x$ ，$x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 是增函数，

$\therefore$ $\tan\frac{\pi}{4}<\tan\frac{2\pi}{5}$ 即 $\tan(-\frac{11\pi}{4})<\tan(-\frac{13\pi}{5})$ ．

解题回顾：比较两个正切型实数的大小，关键是把相应的角诱导到 $y=\tan x$ 的同一单调区间内，利用 $y=\tan x$ 的单调递增性来解决.

练习 2：比较大小：

(1) $\tan 138°$ ______ $\tan 143°$ （学生口答）（＜）

(2) $\tan(-\frac{13}{4}\pi)$ ______ $\tan(-\frac{17}{5}\pi)$（学生板演）（＞）

【例 3】求 $f(x)=\tan 2x$ 的周期

3．总结提炼

（1）这节课我们采用类比的思想方法来学习正切函数的图象和性质

（2）正切函数的作图是利用平移正切线得到的，当我们获得一个周期上图象后，再利用周期性把该段图象向左右延伸、平移。

（3）正切函数的性质．

4.布置作业：作业：资料“12.正切函数的图象与性质”．

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

二、 缺点：

由于正弦函数和余弦函数的特殊性，教材在研究正弦函数和余弦函数时先得出函数的图像，再由图像归纳得出函数的性质，而对学生来说，作函数的图像是一个难点。

三、改进：

结合诱导公式揭示余弦函数和正弦函数间的关系，通过平移正弦函数的图像得出余弦函数的图像，加深学生对函数图像变换理解和训练，再配备了其它几种图像变换的学生练习题，不仅进一步巩固了对正弦函数和余弦函数图像的相关知识的理解，同时有效训练了学生对常见几种函数图像变换实施方法和策略。结合小结、归纳，比较几种函数图像变换的方法和注意点，提高学生的感性认识和解题能力。

第二十九、三十课时

基本信息	
教学主题	**已知三角函数值求角**
教学目标	1、会由已知三角函数值求角； 2、理解反正弦、反余弦的意义，会用反三角符号表示角； 3、培养学生的类比、转化与化归的数学思想；数学的应用意识、逻辑推理能力。.
教学重点	已知三角函数值求角
教学难点	1、根据［0,2π］范围已知三角函数值求角； 2、对反正弦、反余弦概念及符号的正确认识； 3、用 arcsinx、arccosx 表示所求角。
教学方法	新授课教学基本环节：预习检查、总结疑惑→情境导入、展示目标→合作探究、精讲点拨→反思总结、当堂检测→发导学案、布置预习

教学设计

新课引入：

$\sin\frac{\pi}{4}$ =_______,$\sin\frac{3\pi}{4}$ =_______,$\sin\frac{5\pi}{4}$ =_______,$\sin\frac{7\pi}{4}$ =________.

结论：已知角求三角函数值值唯一，这些角都与锐角 $\frac{\pi}{4}$ 有关。

已知三角函数值求角则角的个数能确定吗？怎样确定？由三角函数值求角有那些步骤？

新课讲授：（一）典型例题

例 1、(1)已知 $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$，且 $x\in[-\frac{\pi}{2}，\frac{\pi}{2}]$, 求 x；

(2) 已知 $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$，且 $x\in[0，2\pi]$, 求 x 的取值集合。

解：（1）由正弦函数在区间[$-\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}$]上是增函数和 $\sin\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，可知符合条件的角有且只有一个，即$\dfrac{\pi}{4}$，于是 $x=\dfrac{\pi}{4}$。

（2）因为 $\sin x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}>0$，所以 x 是第一或第二象限角。由正弦函数的单调性和 $\sin(\pi-\dfrac{\pi}{4})=\sin\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，可知符合条件的角有且只有两个，即第一象限角$\dfrac{\pi}{4}$或第二象限角 $\pi-\dfrac{\pi}{4}$ 即$\dfrac{3\pi}{4}$。于是所求的 x 的集合是{$\dfrac{\pi}{4}$，$\dfrac{3\pi}{4}$}。

方法总结：（1）决定象限（由三角函数值决定 x 是第几象限角）

（2）找锐角 x_1（由三角函数值的绝对值定对应的锐角 x_1）

（3）写出[0，2π]内的角（第一象限角为 x_1，第二象限角为 $\pi-x_1$，第三象限角为 $\pi+x_1$，第四象限角为 $2\pi-x_1$ ）

（4）表主角（利用终边相同的角函数值相等的规律表示）

即：“一定、二找、三写、四表”。

注：本题还可以用三角函数图象、单位圆中的三角函数线求解，体现数形结合的思想。也可以把上述辅助角看作参变量(x 为自变量)，那么所提供的方法就可以看作参数的应用。

例 2、若 sinx=1/3，x∈[0,2π],求 x 的取值集合。

解：∵six=1/3>0

∴x 是第一或第二象限角，适合 six=1/3 的锐角是?

（二）反正弦的概念

根据正弦函数图象的性质，为了使符合条件的 sinx=a(-1≤a≤1)的角有且只有一个，我们选择闭区间[$-\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}$]作基本范围。在这个闭区间上，符合条件 sinx=a(-1≤a≤1)的角 x，叫做实数 a 的反正弦，记作 arcsina，即 x=arcsina ，其中 x∈[$-\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}$]，且 a=sinx。

例 1 结果的等价形式、例 2 问题解决。

练习（1）若 sinx= −0.75 ，且 x∈[$-\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}$]，则 x=-arcsin0.75 或 arcsin(−0.75)

(2) 若 sinx= −0.75 ，且 x∈[0,2π],则 x=2π−arcsin0.75 或 π+arcsin0.75

结论：arcsin(−x)=−arcsinx

例 3、(1) 已知 cosx=−0.7660,且 x∈[0，π],求 x;

（2）已知 cosx=−0.7660，x∈[0，2π]，求 x 的取值集合。

解：（1）由余弦函数在区间[0，π]上是减函数和 cosx=−0.7660 可知符合条件的角有且只有一个，这个角是钝角。利用计算器并由 cos(π-x)= - cosx=0.7660,可得 π-x=2π/9（=40^0）所以 x=π-2π/9=7π/9。

（2）因为 cosx=−0.7660＜0，所以 x 是第二或第三象限角。由余弦函数的单调性和 $\cos(\pi+\dfrac{2\pi}{9})=\cos(\pi-\dfrac{2\pi}{9})=\cos\dfrac{7\pi}{9}$,可知符合条件的角有第二象限角 7π/9 或第三象限角 π+2π/9=11π/9,于是所求的集合是{$\dfrac{7\pi}{9}$，$\dfrac{11\pi}{9}$}

我们类比反正弦的概念来学习“反余弦”

（三）反余弦的概念

根据余弦函数图象的性质，为了使符合条件的 cosx=a(-1≤a≤1)的角有且只有一个，我们选择闭区间[0，π]作基本范围。在这个闭区间上，符合条件 cosx=a(-1≤a≤1)的角 x，叫做实数 a 的反余弦，记作 arccosa，即 x=arccosa ，其中 x∈[0 ，π]，且 a=cosx。

写出例 3 结果的等价形式。

练习；（1）若 cosx= -0.75，且 x∈[0，π]，则 x=arccos(-0.75)或π-arccos0.75

(2) 若 cosx= -0.75 ，且 x∈[0,2π],则 x=π-arccos0.75 或π+arccos0.75

结论：arccos(-x)= π-arccosx

课堂训练：（1）若 cosx=-2/3,x∈[0 ，π]，则 x 的值是（B ）

A.arccos2/3　　　　B. π-arccos2/3

C. -arccos2/3　　　　D. π+arccos2/3

(2)若 x∈[$-\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}$],集合 A={1/5，π}，B={0，sinx}，且 A∩B≠Φ，则 x 的值为 arcsin1/5

课后小结：（1）已知三角函数值求角的一般步骤：在基本范围内求角直接把所求角表示出来或表示成反三角形式，若在[0,2π]内求角按“一定、二找、三写”

（2）反正弦和反余弦的概念和意义，以及符号的表示。

（3）本节体现了从特殊到一般的认知规律、渗透了数形结合、转化与化归、特殊与一般的数学思想和比较与类比的数学方法。

课后作业：习题 2、(1)、(2)， 3、(1)、(2)

教学反思

一、优点：

师生互动活跃，课堂氛围良好

三、缺点：

由于正弦函数和余弦函数的特殊性，教材在研究正弦函数和余弦函数时先得出函数的图像，再由图像归纳得出函数的性质，而对学生来说，作函数的图像是一个难点。

三、改进：

结合诱导公式揭示余弦函数和正弦函数间的关系，通过平移正弦函数的图像得出余弦函数的图像，加深学生对函数图像变换理解和训练，再配备了其它几种图像变换的学生练习题，不仅进一步巩固了对正弦函数和余弦函数图像的相关知识的理解，同时有效训练了学生对常见几种函数图像变换实施方法和策略。结合小结、归纳，比较几种函数图像变换的方法和注意点，提高学生的感性认识和解题能力。

第七单元 排列组合

第一、二课时

基本信息	
教学主题	计数原理 1
教学目标	1. 认知目标：正确理解和掌握加法原理和乘法原理 2. 能力目标：能准确地应用它们分析和解决一些简单的问题 3. 情感目标：发展学生的思维能力，培养学生分析问题和解决问题的能力
教学重点	加法原理，乘法原理。 解决方法：利用简单的举例得到一般的结论.
教学难点	加法原理，乘法原理的区分。解决方法：运用对比的方法比较它们的异同.
教学方法	多媒体课件

教学设计

1．新课导入

随着社会发展，先进技术，使得各种问题解决方法多样化，高标准严要求，使得商品生产工序复杂化，解决一件事常常有多种方法完成，或几个过程才能完成。 排列组合这一章都是讨论简单的计数问题，而排列、组合的基础就是基本原理，用好基本原理是排列组合的关键.

2．新课

我们先看下面两个问题.

(1)从甲地到乙地，可以乘火车，也可以乘汽车，还可以乘轮船．一天中，火车有 4 班，汽车有 2 班，轮船有 3 班，问一天中乘坐这些交通工具从甲地到乙地共有多少种不同的走法？

因为一天中乘火车有 4 种走法，乘汽车有 2 种走法，乘轮船有 3 种走法，每一种走法都可以从甲地

到达乙地，因此，一天中乘坐这些交通工具从甲地到乙地共有 4 十 2 十 3=9 种不同的走法.

一般地，有如下原理：

加法原理：做一件事，完成它可以有 n 类办法，在第一类办法中有 m_1 种不同的方法，在第二类办法中有 m_2 种不同的方法，……，在第 n 类办法中有 m_n 种不同的方法．那么完成这件事共有 $N=m_1$ 十 m_2 十…十 m_n 种不同的方法.

(2) 我们再看下面的问题：

由 A 村去 B 村的道路有 3 条，由 B 村去 C 村的道路有 2 条．从 A 村经 B 村去 C 村，共有多少种不同的走法？

这里，从 A 村到 B 村有 3 种不同的走法，按这 3 种走法中的每一种走法到达 B 村后，再从 B 村到 C 村又有 2 种不同的走法．因此，从 A 村经 B 村去 C 村共有 3X2=6 种不同的走法.

一般地，有如下原理：

乘法原理：做一件事，完成它需要分成 n 个步骤，做第一步有 m_1 种不同的方法，做第二步有 m_2 种不同的方法，……，做第 n 步有 m_n 种不同的方法．那么完成这件事共有 $N=m_1\ m_2\cdots m_n$ 种不同的方法.

例 1 书架上层放有 6 本不同的数学书，下层放有 5 本不同的语文书.

1）从中任取一本，有多少种不同的取法？

2）从中任取数学书与语文书各一本，有多少的取法？

解：(1) 从书架上任取一本书，有两类办法：第一类办法是从上层取数学书，可以从 6 本书中任取一本，有 6 种方法；第二类办法是从下层取语文书，可以从 5 本书中任取一本，有 5 种方法．根据加法原理，得到不同的取法的种数是 6 十 5=11.

答：从书架 L 任取一本书，有 11 种不同的取法.

(2) 从书架上任取数学书与语文书各一本，可以分成两个步骤完成：第一步取一本数学书，有 6 种方法；第二步取一本语文书，有 5 种方法．根据乘法原理，得到不同的取法的种数是 N＝6X5＝30.

答：从书架上取数学书与语文书各一本，有 30 种不同的方法.

练习：　一同学有 4 枚明朝不同古币和 6 枚清朝不同古币

1）从中任取一枚，有多少种不同取法？　　2）从中任取明清古币各一枚，有多少种不同取法？

例 2：(1)由数字 1，2，3，4，5 可以组成多少个数字允许重复三位数？

(2)由数字 1，2，3，4，5 可以组成多少个数字不允许重复三位数？

(3)由数字 0，1，2，3，4，5 可以组成多少个数字不允许重复三位数？

解：要组成一个三位数可以分成三个步骤完成：第一步确定百位上的数字，从 5 个数字中任选一个数字，共有 5 种选法；第二步确定十位上的数字，由于数字允许重复，

这仍有 5 种选法，第三步确定个位上的数字，同理，它也有 5 种选法．根据乘法原理，得到可以组成的三位数的个数是 N=5X5X5=125.

答：可以组成 125 个三位数.

练习：

1、从甲地到乙地有 2 条陆路可走，从乙地到丙地有 3 条陆路可走，又从甲地不经过乙地到丙地有 2 条水路可走.

(1) 从甲地经乙地到丙地有多少种不同的走法？

(2) 从甲地到丙地共有多少种不同的走法？

2．一名儿童做加法游戏．在一个红口袋中装着 20 张分别标有数 1、2、…、19、20 的红卡片，从中任抽一张，把上面的数作为被加数；在另一个黄口袋中装着 10 张分别标有数 1、2、…、9、10 的黄卡片，从中任抽一张，把上面的数作为加数．这名儿童一共可以列出多少个加法式子？

3．题 2 的变形

4．由 0－9 这 10 个数字可以组成多少个没有重复数字的三位数？

小结：要解决某个此类问题，首先要判断是分类，还是分步？分类时用加法，分步时用乘法

其次要注意怎样分类和分步，以后会进一步学习

练习

1.（口答）一件工作可以用两种方法完成．有 5 人会用第一种方法完成，另有 4 人会用第二种方法完成．选出一个人来完成这件工作，共有多少种选法？

2．在读书活动中，一个学生要从 2 本科技书、 2 本政治书、 3 本文艺书里任选一本，共有多少种不同的选法？

3．乘积（a1+a2+a3）（b1+b2+b3+b4）（c1+c2+c3+c4+c5）展开后共有多少项？

4．从甲地到乙地有 2 条路可通，从乙地到丙地有 3 条路可通；从甲地到丁地有 4 条路可通，从丁地到丙地有 2 条路可通．从甲地到丙地共有多少种不同的走法？

5．一个口袋内装有 5 个小球，另一个口袋内装有 4 个小球，所有这些小球的颜色互不相同．

（1）从两个口袋内任取一个小球，有多少种不同的取法？

（2）从两个口袋内各取一个小球，有多少种不同的取法？

教学反思

一、优点：

1.教师善于运用类比的教学方法。

2.从具体实际出发，从学生实际经验的肯定例证中，以归纳的方法概括出原理。

3.在知识的形成过程中，给学生创设熟悉的问题情境，通过各种不同形式的自主学习、探究活动，让学生体验数学发现和创造的历程，来培养学生运用数学分析实际问题的能力和意识，体会从特殊到一般的数学思维方式。

五、缺点：

学生的反馈是重要的，它决定了教学的进程聆听学生是教师的必备技能，不要将学生作为“答案发生器”，不要沉浸在“我的学生都会做了”这种虚假的成功喜悦中，而应该让学生关注解决问题的过程、策略及思想方法，让他们充分地展示思想，完整地、数学地表达自己的想法，甚至于应该给予他们犯错的机会，也帮助他们提高分析错误、更正错误的能力。

三、改进：

1.在教学过程中问题 （包括提出问题和解决问题）两个方面的形成推证和探索过程的质量是衡量数学教学效益和活力的最重要指标。

2.在教师引导下，让学生参与教学，举出了许多有利于归纳、抽象、概括出两个计数原理的其他例子，并让学生说出所举例子的共同点和不同点，加以比较，引导学生抓住本质，在这个基础上概括出两个计数原理教学中，防止直接把概念“抛”给学生。

第三、四课时

基本信息	
教学主题	计数原理 2
教学目标	1. 认知目标：正确理解和掌握加法原理和乘法原理 2. 能力目标：能准确地应用它们分析和解决一些简单的问题 3. 情感目标：发展学生的思维能力，培养学生分析问题和解决问题的能力
教学重点	1. 准确理解分类计数原理和分步计数原理,弄清它们的区别； 2. 会运用分类计数原理和分步计数原理分析和解决一些简单的问题。
教学难点	运用两个原理分析和解决一些简单的问题
教学方法	多媒体课件

教学设计

一、复习回顾

1. 分类计数原理、分步计数原理概念

分类计数原理： 完成一件事，有 n 类办法, 在第 1 类办法中有 m_1 种不同的方法, 在第 2 类办法中有 m_2 种不同的方法，……，在第 n 类办法中有 m_n 种不同的方法。那么完成这件事共有 $N=m_1+m_2+\cdots+m_n$ 种不同的方法。

分步计数原理:完成一件事，需要分成 n 个步骤，做第 1 步有 m_1 种不同的方法，做第 2 步有 m_2 种不同的方法，……，做第 n 步有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事有 $N=m_1\times m_2\times\cdots\times m_n$ 种不同的方法。

2. 分类计数原理、分步计数原理的不同点

二、学生活动

学生探究:

电视台在“欢乐今宵”节目中拿出两个信箱，其中存放着先后两次竞猜中成绩优秀的观众来信，甲信箱中有 30 封，乙信箱中有 20 封，现由主持人抽奖确定幸运观众，若先确定一名幸运之星，再从两信箱中各确定一名幸运伙伴，有多少种不同的结果？

三、数学运用

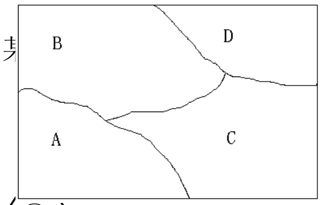
例 1　从 0,1,2,3,4,5 这六个数字中取四个数字组成一个四位数，问：

(1)能组成多少个四位数？

(2)能被 5 整除的四位数有多少个？

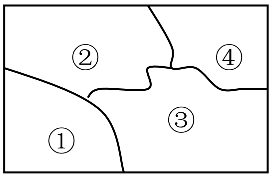
例 2.一蚂蚁沿着长方体的棱,从的一个顶点爬到相对的另一个顶点的最近路线共有多少条？

例 3:用 4 种不同颜色给如图所示的地图上色,要求相邻两块涂不同的颜色,共有多少种不同的涂法？

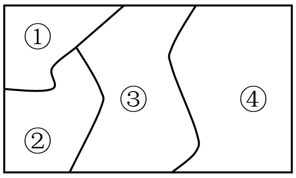


变式题:如图一,要给①,②,③,④四块区域分别涂上五种颜色中的某 用多次,但相邻区域必须涂不同颜色,则不同涂色方法种数为（　　）

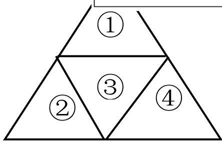
A. 180　　　　B. 160　　　　C. 96　　　　D. 60.



图一



图二



图三

若变为图二,图三呢?

四、课堂练习

1、　高三年级的三个班到甲、乙、丙、丁四个工厂进行社会实践，其中甲工厂必须有班级去，每班去哪个工厂可自由选择，则不同的分配方案有(　)

A．16 种　　　B．18 种　　　C．37 种　　　D．48 种

2、　已知集合 $A=\{a_1，a_2，a_3，a_4\}$，集合 $B=\{b_1，b_2\}$，其中 $a_ib_j(i=1,2,3,4，j=1,2)$ 均为实数．

(1)从集合 A 到集合 B 能构成多少个不同的映射？

(2)能构成多少个以集合 A 为定义域，以集合 B 为值域的不同函数．

五、布置作业

教学反思

一、优点： 1. 从特殊到一般，将方法一般化。 2. 从不同角度看问题，灵活转化。 **二、缺点：** 学生从原理公式到灵活应用并不容易 **三、改进：** 1. 注意引导学生根据原理分析和解决问题，灵活运用，避免机械套用公式 2. 注重知识发生发展过程的展开，又注重分析、抽象、推理和论证等思维能力的运用，从而提升学生的数学抽象素养和逻辑推理素养。

第五、六课时

基本信息	
教学主题	排列 1
教学目标	1. 认知目标：理解排列的意义，并能用树形图正确写出一些简单排列问题的所有排列 2. 能力目标：了解排列数的意思，掌握排列数公式及其推导方法，从中体会“化归”的数学思想，并能用排列数公式进行运算 3. 情感目标：能用所学的排列知识正确解决简单的实际问题。培养直观想象、数学建模、数学抽象、数学运算能力
教学重点	排列数公式的理解与运用
教学难点	排列数公式的理解与运用
教学方法	多媒体课件
教学设计	
1、情境设计: 1.从甲、乙、丙三名同学中选出两名参加某天的一项活动，其中一名同学参加上午的活动，一名同学参加下午的活动。有多少种不同的选法？并列出所有不同的选法。 2.从 a、b、c、d 这 4 个字母中，每次取出 3 个按顺序排成一列，共有多少种不同的排法？并列出所有不同的排法。 **2、新知教学:**	

一排列：一般地，从 n 个不同的元素中取出 m(m≤n)个元素，按照一定的顺序排成一列，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列。

说明：1、元素不能重复。n 个中不能重复，m 个中也不能重复。

2、“按一定顺序”就是与位置有关，这是判断一个问题是否是排列问题的关键。

3、两个排列相同，当且仅当这两个排列中的元素完全相同，而且元素的排列顺序也完全相同。

4、m＜n 时的排列叫选排列，m＝n 时的排列叫全排列。

5、为了使写出的所有排列情况既不重复也不遗漏，最好采用“树形图”。

例 1、下列问题中哪些是排列问题？

（1）10 名学生中抽 2 名学生开会

（2）10 名学生中选 2 名做正、副组长

（3）从 2,3,5,7,11 中任取两个数相乘

（4）从 2,3,5,7,11 中任取两个数相除

（5）20 位同学互通一次电话

（6）20 位同学互通一封信

（7）以圆上的 10 个点为端点作弦

（8）以圆上的 10 个点中的某一点为起点，作过另一个点的射线

（9）有 10 个车站，共需要多少种车票？

（10）有 10 个车站，共需要多少种不同的票价？

排列数：

排列数的定义:我们把从 n 个不同元素中取出 m(m≤n)个元素,按照一定的顺序排成一列,叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的**一个排列**,所有这样排列的个数称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的**排列数**.

用符号 A_n^m 表示.

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$$

例 2、计算:$A_5^3, A_{10}^4, A_n^2, A_5^5$

例 3、求证：

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}; A_n^m = nA_{n-1}^{m-1}$$

试用排列数公式表示下列各题：

1、用 1，2，3 可以组成的数字不重复的三位偶数共有：______________

2、用红、黄、蓝三面小旗（三面都要用）竖挂在绳子上表示信号，不同的顺序表示不同的信号，试问能表示多少种不同的信号？

3、从 45 名同学中选取两名同学分别担任语文、数学科代表，共有多少种不同的安排方法？

例 4、(1)某足球联赛共有 12 支队伍参加，每队都要与其他队在主、客场分别比赛一场，共要进行多少场比赛？

变式：(1)放假了，某宿舍的四名同学相约互发一封电子邮件，则他们共发了多少封电子邮件？

(2) 放假了，某宿舍的四名同学相约互通一次电话，共打了多少次电话？

例 5、（1）从 5 本不同的书中选 3 本送给 3 名同学，每人 1 本，共有多少种不同的送法？

（2）从 5 种不同的书中买 3 本送给 3 名同学，每人各 1 本，共有多少种不同的送法？

例 6、用 0 到 9 这 10 个数字，可以组成多少个没有重复数字的三位数？

2、求用 0，1，2，3，4 组成的个位数字不重复的所有的四位数的和。

解：先看数字“1”在最高位置上时，共有 A_4^3 个数，类似地，数字 2，3，4 在最高位置时，都有 A_4^3，即 24 个数；

再看“1”在百位时，此时首位有 A_3^1，其它两个数位上的数字有 A_3^2，此时共有 $A_3^1 \cdot A_3^2 = 18$；类似地，数字 2，3，4 在百位上时，也都有 18 个数；

同理，数字 1，2，3，4 在十位及个位上时，都有 18 个数；

于是，所有这些数的和为：

24×（1+2+3+4）×1000+18×（1+2+3+4）×100+18×（1+2+3+4）×10+18×（1+2+3+4）=259980。

三、课堂随练：

四、课堂小结:排列与排列数

五、本课作业:

教学反思

一、优点： 1.课前准备充足有效。 2.练习题的设计注重形式多样。 **二、缺点：** 教师语言不够精炼 **三、改进：** 教学语言力求精炼

第七、八课时

基本信息	
教学主题	排列 2
教学目标	1.认知目标：能分析排列的意义，并能用它们解决一些简单的应用问题 2.能力目标：掌握有限制条件的排列应用题的一些常用方法 3.情感目标：能用所学的排列知识正确解决简单的实际问题。培养直观想象、数学建模、数学抽象、数学运算能力
教学重点	排列的简单应用与有限制条件的排列
教学难点	排列的简单应用与有限制条件的排列
教学方法	多媒体课件
教学设计	

一、情境设计：

[填一填]

1．无限制条件的排列问题

没有限制条件的排列问题，即对所排列的“元素”或所排列的“位置”没有特别的限制，这一类题相对简单，分清“元素”和“位置”即可．

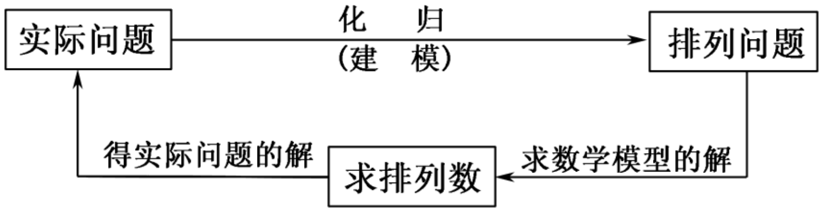
2．有限制条件的排列问题

对于有限制条件的排列问题，先考虑安排好特殊元素(或位置)，再安排一般的元素(或位置)，即先特殊后一般，一般用直接法．也可以先不考虑特殊元素(位置)，而列出所有元素的全排列数，从中再减去不满足特殊元素(位置)要求的排列数，此方法是间接法．

[答一答]

1．解简单的排列应用题的基本思想是什么？

提示：



2．处理有限制条件的排列问题常用什么方法？

提示：有限制条件的排列问题常用的方法有“直接法”和“间接法”(又称排除法)．当问题的正面分类较多或计算较复杂而问题的反面分类较少或计算更简便时往往使用“间接法”．而用“直接法”解有限制条件的排列问题的基本方法有：元素分析法——即以元素为主，优先考虑特殊元素，再考虑其他元素；位置分析法——即以位置为主，优先考虑特殊位置，再考虑其他位置．另外针对具体情况还有下列常用技巧．

(1)“捆绑”排列问题

排列问题中诸如将某些元素必须安排在一起(如相邻)的问题，我们称之为“捆绑”排列问题，也称为“集团排列”问题，即先排“集团内部”的元素，再把它们看成一个整体作为一个大“元素”，与其他元素一起排列．

(2)间隔排列问题——“插空”法

我们把排列中部分元素不能相邻的排列问题称为间隔排列问题，解决间隔排列问题的常用方法是“插空”法，也就是先排不需要间隔(可以相邻)的元素，再将需要间隔的元素用插空方式插入排列即可．

(3)某些元素顺序确定的排列问题

在某些排列问题中，某些元素的前后顺序是固定的(不一定相邻)，解决这类问题的基本方法有整体法，即若有 $m+n$ 个元素排成一列，其中有 m 个元素之间的顺序固定不变，将这 $m+n$ 个元素任意排成一列，共有 A_{m+n}^{m+n}种不同的排法，其中顺序不变的 m 个元素在任意排列时有 A_m^m种不同的排法，而这 m 个元素的排列顺序固定不变只有一种，故共有$\frac{A_{m+n}^{m+n}}{A_m^m}$种不同的排法．

1．**有限制条件的排列应用题**

(1)注意排列的有序性．

(2)对受限制条件的位置与元素首先排列，并适当选用直接法或间接法．

(3)从位置出发的“填空法”和不相邻问题的“插空法”是解答排列应用题中常用的有效方法．某些元素的相邻问题，常用“捆绑法”，先看成一个元素．

(4)要注意通过排列应用题，深化对分类加法计数原理和分步乘法计数原理的理解，培养“全局分类”和“局部分步”意识．

2．**排列综合问题**

解答排列综合应用题时，首先要认真审题，准确理解题意，从而建立排列模型；其次，在具体分析解决问题时，要善于综合运用上述所讲的方法；最后，对于情景比较新颖的问题，既要善于综合运用所学的思想方法(如分类思想，整体思想等)解题，更要注意利用特例来分析问题，归纳总结出一般的规律.

类型一　　无限制条件的排列问题

【例 1】　(1)有 5 个不同的科研小课题，从中选 3 个由高二(6)班的 3 个学习兴趣小组进行研究，每组一个课题，共有多少种不同的安排方法？

(2)有 5 个不同的科研小课题，高二(6)班的 3 个学习兴趣小组报名参加，每组限报一个课题，共有多少种不同的报名方法？

【解】　(1)从 5 个不同的课题中选出 3 个，由兴趣小组进行研究，对应于从 5 个不同元素中取出 3 个元素的一个排列，因此不同的安排方法有 $A_5^3=5\times4\times3=60$ 种.

(2)由题意知 3 个兴趣小组可能报同一科研课题，因此元素可以重复，不是排列问题.

由于每个兴趣小组都有 5 种不同的选择，且 3 个小组都选择完才算完成这件事，所以由分步乘法计数原理得共有 $5\times5\times5=125$ 种报名方法.

解决此类问题，一是明确是否为排列问题，二是明确完成这件事是分类还是分步，还是既要分类又要分步.

练习：(1)从 5 本不同的书中选两本送给 2 名同学，每人一本，则不同的送书方法的种数为(　C　)

A．5　　　　B．10

C．20　　　　D．60

解析：此问题相当于从 5 个不同元素中取出 2 个元素的排列数，即共有 $A_5^2=20$ 种不同的送书方法.

(2)一个长椅上共有 10 个座位，现有 4 人去坐，其中恰有 5 个连续空位的坐法共有(　D　)

A．240 种　　　　B．600 种

C．408 种　　　　D．480 种

解析：将 4 人排成一排，共有 A_4^4种排法，产生 5 个空当，将五个空座位和一个空座位构成的两个元素插入，共有 A_5^2种放法．由分步乘法计数原理知满足条件的坐法共有 $A_4^4A_5^2=480$(种).

类型二　　元素的“在”与“不在”问题

【例 2】　六人按下列要求站一横排，分别有多少种不同的站法.

(1)甲不站右端，也不站左端.

(2)甲、乙站在两端；

(3)甲不站左端，乙不站右端.

【解】　(1)方法 1：特殊位置法

分两步：第一步：先排左、右两端有 A_5^2种排法.

第二步：再排中间四个位置，有 A_4^4种排法.

由分步乘法计数原理共有 $A_5^2\cdot A_4^4=480$ 种站法.

方法 2：特殊元素法

在这里甲是特殊元素，可先排甲，分两步：

第一步：先排甲，有 A_4^1种排法；

第二步：排其他 5 人，有 A_5^5种排法.

故共有 $A_4^1A_5^5=480$ 种站法.

方法三：间接法(排除法)

不考虑甲站位的要求，共有 A_6^6种站法，其中甲站左端或右端的排列数为 $2A_5^5$，于是符合题意的有 $A_6^6-2A_5^5=480$ 种站法.

(2)特殊位置法

分两步：第一步：先排两端，有 A_2^2种站法；

第二步：再排中间四个位置，有 A_4^4种站法，共有 $A_2^2 \cdot A_4^4=48$ 种站法.

同学们也可用“特殊元素法” 解决.

(3)方法 1：排除法

不考虑甲、乙站位的要求，共有 A_6^6种站法，其中甲在左端的站法有 A_5^5种，乙在右端的站法有 A_5^5种，而甲在左端，且乙在右端的站法有 A_4^4种，故共有 $A_6^6-2A_5^5+A_4^4=504$ 种站法.

方法 2：直接法

从元素甲的位置进行考虑，可分两类：

第一类：甲站右端有 A_5^5种站法.

第二类：甲站中间 4 个位置之一，可先排甲后排乙，再排其余 4 个，有 $A_4^1 \cdot A_4^1 \cdot A_4^4$种站法，故共有 $A_5^5+A_4^1 \cdot A_4^1 \cdot A_4^4=504$ 种站法.

此类“排队”问题和“排数”问题类似.主要是从特殊位置或特殊元素两个方面考虑，当正面考虑情况复杂时，考虑用排除法.

练习：来自中国、英国、瑞典的乒乓球裁判各两名，执行奥运会的一号、二号和三号场地的乒乓球裁判工作，每个场地由两名来自不同国家的裁判组成，则不同的安排方案总数有(A)

A．48 种　　　B．64 种

C．72 种　　　D．96 种

解析：每个场地由两名来自不同国家的裁判组成，裁判只能分为：中、英；中、瑞；英、瑞．三组中，中国、英国、瑞典的乒乓球裁判各两名，同一国家裁判可以互换，然后进行全排列，不同的安排方案总数有 $A_2^2A_2^2A_2^2A_3^3=2\times2\times2\times6=48$ 种.

三、课堂小结：

排列的应用

四、本课作业：

教学反思

一、优点：

题选取的比较经典。

二、缺点：

学生从原理公式到灵活应用并不容易 **三、改进：** 教师在接下来的实践教学的过程中，要积极地培养学生的数学思维，鼓励学生从数学的角度去看待生活中的实际问题，进而提高自身的知识迁 移运用的能力以及逻辑思维的能力，从而感受到数学的魅力，从而达到学以致用的效果。

第九、十课时

基本信息	
教学主题	排列 3
教学目标	1. 认知目标：进一步掌握有限制条件的排列问题的解法 2. 能力目标：掌握有限制条件的排列应用题的一些常用方法 3. 情感目标：提高问题解决能力和实际应用能力；初步形成数学的应用意识。
教学重点	排列的简单应用与有限制条件的排列
教学难点	优先法、捆绑法、插空法的理解
教学方法	多媒体课件
教学设计	
复习内容： 【例 1】在集合$\{-2,-1,0,3,5,7,11\}$中任取3个不同元素分别为a、b、c，使得直线$ax+by+c=0$的倾斜角为钝角，且过原点的直线有多少条？ 【例 2】在3000和8000之间，有多少个没有重复数字的奇数？ 变式：在3000和8000之间，有多少个没有重复数字且能被5整除的数？	

【例 3】如果从 7 名运动员中选出 4 名运动员组成接力队，参加 4×100 米接力赛，那么甲乙两人都不跑中间两棒的安排方法有多少种？

【例 4】用数字 0 、1、 2 、3 、4 、5 可以组成多少个无重复数字且比 240135 大的六位数？

【例 5】现有 5 名男生， 4 名女生排队。

（1） 9 人排成一行，有多少种不同的排法?

（2）排两行，一行 5 人一行 4 人，有多少种不同的排法?

（3）排两行，男生一行，女生一行，有多少种不同的排法?

（4）女生排在一起，有多少种不同的排法?

（5）任意两位女生不排在一起，有多少种不同的排法?

（6）任意两位男生不排在一起，有多少种不同的排法?

（7）男女间隔排列，有多少种不同的排法?

（8）甲排在排头，乙在排尾，有多少种不同的排法?

（9）甲不在排头和排尾，有多少种不同的排法?

（10）甲不在排头，乙不在排尾，有多少种不同的排法?

（11）甲在乙的左边，有多少种不同的排法?

教学反思

一、优点： 1. 备课准备充足。 2. 学生积极思考，踊跃回答问题，课堂氛围良好。 **二、缺点：** 少数学生跟不上课堂节奏 **三、改进：** 加强对学困生的重视，课堂上多加关注，给与一定的辅导。

第十一、十二课时

基本信息	
教学主题	组合 1
教学目标	1. 认知目标：理解组合的概念,会区分排列与组合问题，组合与组合数的概念 2. 能力目标：培养学生抽象思维能力 3. 情感目标：培养学生积极思考，合作探究的能力
教学重点	组合与组合数的概念，会应用公式求值
教学难点	求值、化简和证明
教学方法	多媒体课件
教学设计	

一、情境创设

问题一：从甲、乙、丙 3 名同学中选出 2 名去参加某天的一项活动，其中 1 名同学参加上午的活动，1 名同学参加下午的活动，有多少种不同的选法？$A_3^2=6$

从已知的 3 个不同元素中每次取出 2 个元素按照一定的顺序排成一列——有顺序——排列

问题二：从甲、乙、丙 3 名同学中选出 2 名去参加某天一项活动，有多少种不同的选法？

甲、乙；甲、丙；乙、丙　　从已知的 3 个不同元素中每次取出 2 个元素，并成一组——无顺序——组合

二、课程内容：

组合定义:一般地，从 n 个不同元素中取出 m（$m\leq n$）个元素并成一组，叫做从 n 个不同元素中取

出 m 个元素的一个组合.

排列与组合的概念有什么共同点与不同点?

排列定义：一般地，从 n 个不同元素中取出 m（m≤n）个元素，按照一定的顺序排成一列，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列.

共同点：都要“从 n 个不同元素中任取 m 个元素”

不同点：排列与元素的顺序有关，组合则与元素的顺序无关.

思考一:ab 与 ba 是相同的排列还是相同的组合?为什么?

元素相同

思考二:两个相同的排列有什么特点?两个相同的组合呢?

元素排列顺序相同

思考三:组合与排列有联系吗?

排列分成两步完成，先取后排；而构造组合就是其中一个步骤.

判断下列问题是组合问题还是排列问题?

1、集合 A={a, b, c, d, e}，则集合 A 的含有 3 个元素的子集有多少个?

2、某铁路线上有 5 个车站，则这条铁路线上共需准备多少种车票？有多少种不同的火车票价？

3、10 名同学分成人数相同的数学和英语两个学习小组,共有多少种分法?

4、10 人聚会，见面后每两人之间要握手相互问候,共需握手多少次?

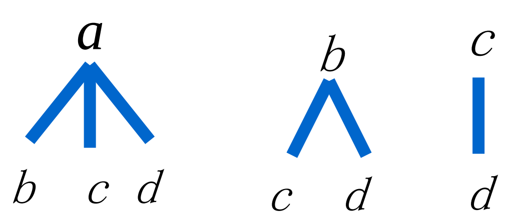
5、从 4 个风景点中选出 2 个游览,有多少种不同的方法?

6、从 4 个风景点中选出 2 个,并确定这 2 个风景点的游览顺序,有多少种不同的方法?

概念理解：

1.从 a，b，c 三个不同的元素中取出两个元素的所有组合分别是： ***ab*，*ac*，*bc***

2.已知 4 个元素 a，b，c，d，写出每次取出两个元素的所有组合.



ab*，*ac*，*ad*，*bc*，*bd*，*cd

例题：1.写出从 a, b, c, d 四个元素中任取三个元素的所有组合。

abc，*abd*，*acd*，*bcd*.

求 A_4^3 可分两步考虑：

第一步，C_4^3（=4）个

第二步，A_3^3（=6）个

根据分步计数原理，$A_4^3 = C_4^3 \cdot A_3^3$

如何计算：C_n^m

从而 $C_4^3=\dfrac{A_4^3}{A_3^3}$

组合数公式：

一般地，求从 n 个不同元素中取出 m 个元素的排列数，可以分为以下 2 步：

第 1 步，先求出从这 n 个不同元素中取出 m 个元素的组合数 .

第 2 步，求每一个组合中 m 个元素的全排列数 c_n^m .

根据分步计数原理，得到：$A_n^m=C_n^m\cdot A_m^m$

因此：$C_n^m=\dfrac{A_n^m}{A_m^m}=\dfrac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!}$

这里 m、$n\in N^*$，且 $m\le n$，这个公式叫做组合数公式.

概念讲解

从 n 个不同元中取出 m 个元素的排列数

$$A_n^m=C_n^m\cdot A_m^m$$

组合数公式:

$$C_n^m=\frac{A_n^m}{A_m^m}=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!}$$

$$C_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}$$ 我们规定：$C_n^0=1$

例 2 计算：

（1）C_7^4 （2）C_{10}^7 (3) 已知 $C_n^3=A_n^2$，求 n

练习:

6 本不同的书，按下列条件，各有多少种不同的分法；

（1）分给甲、乙、丙三人，每人两本；

（2）分成三份，每份两本；

（3）分成三份，一份 1 本，一份 2 本，一份 3 本；

（4）分给甲、乙、丙 3 人，一人 1 本，一人 2 本，一人 3 本；

（5）分给甲、乙、丙 3 人，每人至少一本；

（6）分给 5 个人，每人至少一本；

（7）6 本相同的书，分给甲乙丙三人，每人至少一本。

四、课程小结：组合的概念及组合数的定义和会求组合数 五、布置作业
教学反思
一、优点： 教学循序渐进，环环相扣。 **二、缺点：** 需重视学生思维的训练。 **三、改进：** 1.学生对组合数了解不是很透，做题时容易出现错误。应该加强练习 2.常与实际生活相关，所以在排列组合的学习过程中，应该注重学生思维的训练，将生活问题抽象为排列组合数学模型，再应用排列组合知识去解答.

第十三、十四课时

基本信息	
教学主题	组合 2
教学目标	1.认知目标：掌握组合数的两个性质,能够应用组合数的性质进行有关的化简与证明. 2.能力目标：通过组合解决实际问题，提升逻辑推理和数学运算的素养. 3.情感目标：培养学生主动探究，分析问题，解决问题的能力
教学重点	理解组合数的两个性质.
教学难点	理解组合数的两个性质.
教学方法	多媒体课件
教学设计	

一、复习知识

1、一般地，从 n 个不同元素中取出 m(m≤n)个元素并成一组，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个组合

2、从 n 个不同元素中取出 m(m≤n)个元素的所有组合的个数，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的组合数。用符号 C_n^m 表示

3、组合数的公式

$$C_n^m=\frac{A_n^m}{A_m^m}=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!} \text{或} C_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}\ (n,m\in N^*,\text{且}m\le n)$$

二、新课讲解

练习：计算 C_{10}^3和C_{10}^7

问题 1：为何上面两个不同的组合数其结果相同？怎样对这一结果进行解释？

从 10 个元素中取出 7 个元素后，还剩下 3 个元素，就是说，从 10 个元素中每次取出 7 个元素的一个组合，与剩下的(10−7)个元素的组合是一一对应的。因此，从 10 个元素中取 7 个元素的组合，与从这 10 个元素中取出(10−7)个元素的组合是相等的。

问题 2：上述情况加以推广可得组合数怎样的性质？

一般地，从 n 个不同元素中取出 m 个元素后，剩下 $n-m$ 个元素．因为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的每一个组合，与剩下的 $n-m$ 个元素的每一个组合一一对应，所以从 n 个不同元素中取出 m 个元素的组合数，等于从这 n 个元素中取出 $n-m$ 个元素的组合数。

组合数的性质 1： $C_n^m=C_n^{n-m}$

证明： $\because C_n^{n-m}=\frac{n!}{(n-m)![n-(n-m)]!}=\frac{n!}{m!(n-m)!}$

又 $C_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}$ $\therefore C_n^m=C_n^{n-m}$

说明： 1、当 $m>\frac{n}{2}$ 时，计算 C_n^m 可变为计算 C_n^{n-m}，能够使运算简化.

2、我们规定 $C_n^0=1$

3、$C_n^x=C_n^y\Rightarrow x=y$ 或 $x+y=n$

组合数性质 2 引例

一个口袋内装有大小相同的 7 个白球和 1 个黑球

①从口袋里取出 3 个球，共有多少种取法？

②从口袋里取出 3 个球，使其中含有一个黑球，有多少种取法？

③从口袋里取出 3 个球，使其中不含黑球，有多少种取法？

引导学生发现：$C_8^3=C_7^2+C_7^3$．为什么呢？

我们可以这样解释：从口袋内的 8 个球中所取出的 3 个球，可以分为两类：一类含有 1 个黑球，一类不含有黑球．因此根据分类计数原理，上述等式成立.

一般地，从 $a_1, a_2, \cdots, a_{n+1}$ 这 $n+1$ 个不同元素中取出 m 个元素的组合数是 C_{n+1}^m，这些组合可以分为两类：一类含有元素 a_1，一类不含有 a_1．含有 a_1 的组合是从 $a_2, a_3, \cdots, a_{n+1}$ 这 n 个元素中取出 $m-1$ 个元素与 a_1 组成的，共有 C_n^{m-1} 个；不含有 a_1 的组合是从 $a_2, a_3, \cdots, a_{n+1}$ 这 n 个元素中取出 m 个元素组成的，共有 C_n^m 个．根据分类计数原理，可以得到组合数的另一个性质．

组合数的性质 2：$C_{n+1}^m = C_n^m + C_n^{m-1}$．

证明：$C_n^m + C_n^{m-1} = \dfrac{n!}{m!(n-m)!} + \dfrac{n!}{(m-1)![n-(m-1)]!}$

$= \dfrac{n!(n-m+1)+n!m}{m!(n-m+1)!} = \dfrac{(n-m+1+m)n!}{m!(n-m+1)!} = \dfrac{(n+1)!}{m!(n-m+1)!} = C_{n+1}^m$

$\therefore C_{n+1}^m = C_n^m + C_n^{m-1}$．

说明：

1、公式特征：下标相同而上标差 1 的两个组合数之和，等于下标比原下标多 1 而上标与原组合数上标较大的相同的一个组合数

2、此性质的作用：恒等变形，简化运算．在今后学习“二项式定理”时，我们会看到它的主要应用

小结：

组合数的性质 1：$C_n^m = C_n^{n-m}$

组合数的性质 2：$C_{n+1}^m = C_n^m + C_n^{m-1}$

三、例题分析

例 1、解方程或不等式

1、 $3C_{n-3}^{n-7} = 5A_{n-4}^2$

2、 $C_{13}^{n+6} = C_{13}^{2n-2}$

3、 $C_m^{m-4} > C_{m-1}^5 + C_{m-1}^6$

例 2、证明

1、 $C_{n+1}^m = C_n^{m-1} + C_{n-1}^m + C_{n-1}^{m-1}$

2、 $C_n^n + C_{n+1}^n + \cdots + C_{n+m}^n = C_{n+m+1}^{n+1}$

例 3、 在 100 件产品中,有 98 件合格品,2 件次品.从这 100 件产品中任意抽出 3 件 (1)一共有多少种不同的抽法? (2)抽出的 3 件中恰好有一件是次品的抽法有多少种? (3)抽出的 3 件中至少有一件是次品的抽法有多少种? **四、小结** 通过这一节课的学习我们要进一步熟悉组合数的公式;了解组合数性质推导时的思维方法,掌握组合数的两个性质 **五、作业布置**
教学反思
一、优点: 在教学中,本着以学生为本的原则,让学生自己动手参与实践,使之获取知识。 **二、缺点:** 针对数学学科的特点,在学生自主探索发现结论后,还需在理论上给予支持。因 **三、改进:** 让学生自己用这样引导性的问题训练自己的思维,在解题过程中及时找到正确的解题思路,克服自己思维的不严谨,提高自己的逻辑水平.

第十五、十六课时

基本信息	
教学主题	组合 3
教学目标	1.认知目标:解决平均分配问题 2.能力目标:通过组合解决实际问题,提升逻辑推理和数学运算的素养. 3.情感目标:培养学生主动探究,分析问题,解决问题的能力
教学重点	平均分配问题
教学难点	平均分配问题的理解
教学方法	多媒体课件
教学设计	

一、问题引入

【例 1】6 本不同的书，按下列要求各有多少种不同的选法：

(1)分给甲、乙、丙三人，每人两本；

(2)分为三份，每份两本；

(3)分为三份，一份一本，一份两本，一份三本；

(4)分给甲、乙、丙三人，一人一本，一人两本，一人三本；

(5)分给甲、乙、丙三人，每人至少一本.

[思路点拨] (1)是平均分组问题，与顺序无关，相当于 6 本不同的书平均分给甲、乙、丙三人，可以理解为一个人一个人地来取，(2)是“均匀分组问题”，(3)是分组问题，分三步进行，(4)分组后再分配，(5)明确“至少一本”包括“2、2、2 型”、“1、2、3 型”、“1、1、4 型”.

[解] (1)根据分步乘法计数原理得到：$C_6^2C_4^2C_2^2=90$ 种.

(2)分给甲、乙、丙三人，每人两本有 $C_6^2C_4^2C_2^2$ 种方法，这个过程可以分两步完成：第一步分为三份，每份两本，设有 x 种方法；第二步再将这三份分给甲、乙、丙三名同学有 A_3^3 种方法．根据分步乘法计数原理可得：$C_6^2C_4^2C_2^2=xA_3^3$，所以 $x=\dfrac{C_6^2C_4^2C_2^2}{A_3^3}=15$.因此分为三份，每份两本一共有 15 种方法.

(3)这是“不均匀分组”问题，一共有 $C_6^1C_5^2C_3^3=60$ 种方法.

(4)在(3)的基础上再进行全排列，所以一共有 $C_6^1C_5^2C_3^3A_3^3=360$ 种方法.

(5)可以分为三类情况：①“2、2、2 型”即(1)中的分配情况，有 $C_6^2C_4^2C_2^2=90$ 种方法；②“1、2、3 型”即(4)中的分配情况，有 $C_6^1C^25C_3^3A_3^3=360$ 种方法；③“1、1、4 型”，有 $C_6^4A_3^3=90$ 种方法．所以一共有 $90+360+90=540$ 种方法.

分组问题属于“组合”问题，常见的分组问题有三种

1．完全均匀分组，每组的元素个数均相等.

2．部分均匀分组，应注意不要重复，有 n 组均匀，最后必须除以 n！.

3．完全非均匀分组，这种分组不考虑重复现象.

[跟进训练]

1．将 4 名大学生分配到 3 个乡镇去当村官，每个乡镇至少一名，则不同的分配方案有

________种(用数字作答).

36

二、课堂总结

三、作业布置

教学反思
一、优点： 1. 课伊始，直接从解决问题入手，突出解决问题策略的教学。组合问题对学生来说是比较抽象和难以理解的，引导学生通过站一站、演一演、列举、国线段图、画平面图等直观方法帮助学生发现规律，掌握解决问题的'方法，使抽象的知识形象化。这样通过引导学生经历由“杂乱、具体——有序、抽象”的思维过程，从而培养学生思维的有序性和深刻性。 **二、缺点：** 1. 课堂中给学生提供更多的充分从事数学活动和交流的机会，给予学生更多的独立思考的空间，不是教师要求学生掌握解决问题的策略，而是使学生自觉产生这种需求，解决问题的策略要与教学过程有机的、自然地融为一体，让学生去感悟、体验、总结解决问题的策略，而不是教师在 1 节课中教给学生。 **三、改进：** 1. 在今后的教学中，我还要进一步提升自己驾驭课堂的能力，多一些教学智慧，多一些对课堂问题的预设，学会灵活地引领学生在探究的道路上发散思维，提升能力。

第八单元 概率

第一、二课时

基本信息	
教学主题	随机事件的概率
教学目标	1. 认知目标：了解必然事件，不可能事件，随机事件的概念；理解随机事件在大量重复试验的情况下，它的发生呈现的规律性；掌握概率的统计定义及概率的性质 2. 能力目标： 3. 情感目标：
教学重点	随机事件的概念及其概率
教学难点	随机事件的概念及其概率

教学方法	多媒体课件

教学设计

一、引入：

1. 观察下列事件发生与否，各有什么特点？

（1）导体通电时，发热；

（2）抛一块石头，下落；

（3）在常温下，焊锡熔化；

（4）在标准大气压下且温度低于 0^0C 时，冰融化；

（5）掷一枚硬币，出现正面；

（6）某人射击一次，中靶.

分析结果：

（1）（2）是必然要发生的，（3）（4）不可能发生，（5）（6）可能发生也可能不发生.

2.（1）“抛一石块，下落”.

（2）“在标准大气压下且温度低于 0℃时，冰融化”；

（3）“某人射击一次，中靶”；

（4）“如果 $a>b$, 那么 $a-b>0$”；

（5）“掷一枚硬币，出现正面”；

（6）“导体通电后，发热”；

（7）“从分别标有号数 1，2，3，4，5 的 5 张标签中任取一张，得到 4 号签”；

（8）“某电话机在 1 分钟内收到 2 次呼叫”；

（9）“没有水份，种子能发芽”；

（10）“在常温下，焊锡熔化”；

分析结果：

事件（1）（4）、（6）都是一定会发生的事件，是必然要发生的.

事件（2）、（9）、（10）是一定不发生的事件.

事件（3）、（5）、（7）、（8）有可能发生，也有可能不发生.

3．男女出生率

一般人或许认为:生男生女的可能性是相等的,因而推测出男婴和女婴的出生数的比因当是 1:1,可事实并非如此.

公元 1814 年,法国数学家拉普拉斯(Laplace 1794---1827)在他的新作<<概率的哲学探讨>>一书中,记载了一下有趣的统计.他根据伦敦,彼得堡,柏林和全法国的统计资料,得出了几乎完全一致的男婴和女婴出生数的比值是 22:21,即在全体出生婴儿中,男婴占 51.2%,女婴占 48.8%.可奇怪的是,当他统计 1745---1784 整整四十年间巴黎男婴出生率时,却得到了另一个比是 25:24,男婴占 51.02%,与前者相差 0.14%.对于这千分之一点四的微小差异!拉普拉斯对此感到困惑不解,他深信自然规律,他觉得这千分之一点四的后面,一定有深刻的因素.于是,他深入进行调查研究,终于发现:当时巴黎人"重男轻女",又抛弃女婴的陋俗,以至于歪曲了出生率的真相,经过修正,巴黎的男女婴的出生比率依然是 22:21.

4．π 中数字出现的稳定性(法格逊猜想)

在 π 的数值式中,各个数码出现的概率应当均为 1/10.随着计算机的发展,人们对 π 的前一百万位小数中各数码出现的频率进行了统计,得到的结果与法格逊猜想非常吻合.

5．概率与 π

布丰曾经做过一个投针试验. 他在一张纸上画了很多条距离相等的平行直线, 他将小针随意地投在纸

上,他一共投了 2212 次,结果与平行直线相交的共有 704 根.总数 2212 与相交数 704 的比值为 3.142.布丰得到地更一般的结果是：如果纸上两平行线间的距离为 d，小针的长为 l，投针次数为 n，所投的针中与平行线相交的次数为 m，那么当 n 相当大时有：$\pi \approx \frac{2nl}{dm}$.

后来有许多人步布丰的后尘,用同样的方法计算 π 值.其中最为神奇的是意大利数学家拉兹瑞尼(Lazzerini).他在 1901 年宣称进行了多次投针试验得到了 π 的值为 3.1415929.这与 π 的精确值相比,一直到小数点后七位才出现不同!用如此巧妙的方法,求到如此高精确的 π 值,这真实天工造物!

二、讲解新课：

1152. 事件的定义：

随机事件：在一定条件下可能发生也可能不发生的事件；

必然事件：在一定条件下必然发生的事件；

不可能事件：在一定条件下不可能发生的事件.

说明：三种事件都是在“一定条件下”发生的，当条件改变时，事件的性质也可以发生变化.

2．随机事件的概率：

(1) 实验:随机事件在一次试验中是否发生是不确定，但在大量重复的试验情况下，它的发生呈现出一定的规律性.

实验一：抛掷硬币试验结果表：

抛掷次数（n）	正面朝上次数（m）	频率（m/n）
2048	1061	0.5181
4040	2048	0.5069
12000	6019	0.5016
24000	12012	0.5005
30000	14984	0.4996
72088	36124	0.5011

当抛掷次数很多时，出现正面的频率值是稳定的，接近于常数 0.5，并在它附近摆动.

实验二：某批乒乓球产品质量检查结果表：

抽取球数 n	50	100	200	500	1000	2000
优等品数 m	45	92	194	470	954	1902
频率 m/n	0.9	0.92	0.97	0.94	0.954	0.951

当抽查的球数很多时，抽到优等品的频率接近于常数 0.95，并在它附近摆动.

实验三：某种油菜籽在相同条件下的发芽试验结果表：

每批粒数 n	2	5	10	70	130	310	700	1500	2000	3000
发芽的粒数 m	2	4	9	60	116	282	639	1339	1806	2715
发芽的频率 m/n	1	0.8	0.9	0.85	0.89	0.91	0.91	0.89	0.90	0.90

当试验的油菜籽的粒数很多时，油菜籽发芽的频率接近于常数 0.9，并在它附近摆动.

(2)定义:一般地，在大量重复进行同一试验时，事件 A 发生的频率 $\frac{m}{n}$ 总是接近某个常数，在它附近摆动，这时就把这个常数叫做事件 A 的概率，记作 $P(A)$.

理解：需要区分“频率”和“概率”这两个概念：

(1) 频率具有随机性,它反映的是某一随机事件出现的频繁程度,它反映的随机事件出现的可能性.

(2) 概率是一个客观常数,它反映了随机事件的属性.

大量重复试验时,任意结果(事件) A 出现的频率尽管是随机的,却"稳定"在某一个常数附近,试验的次数越多,频率与这一常数的偏差大的可能性越小.这一常数就成为该事件的概率.

3.概率的确定方法：通过进行大量的重复试验，用这个事件发生的频率近似地作为它的概率；

4．概率的性质：必然事件的概率为1，不可能事件的概率为0，随机事件的概率为$0 \le P(A) \le 1$，必然事件和不可能事件看作随机事件的两个极端情形．

5．随机现象的两个特征

⑴结果的随机性：即在相同的条件下做重复的试验时,如果试验的结果不止一个,则在试验前无法预料哪一种结果将发生.

⑵频率的稳定性：即大量重复试验时,任意结果(事件) A 出现的频率尽管是随机的,却"稳定"在某一个常数附近,试验的次数越多,频率与这一常数的偏差大的可能性越小.这一常数就成为该事件的概率.

三、讲解范例：

例 1．指出下列事件是必然事件，不可能事件，还是随机事件.

（1）某地 1 月 1 日刮西北风；

（2）当 x 是实数时，$x^2 \geqslant 0$；

（3）手电筒的电池没电，灯泡发亮；

（4）一个电影院某天的上座率超过 50%.

解：由题意可知，（2）是必然要发生的，即为必然事件；

（3）是不可能发生的，即为不可能事件；

（1)、（4）有可能发生也有可能不发生，即为随机事件.

例 2．某种新药在使用的患者中进行调查的结果如下表：

调查患者人数 n	100	200	500	1000	2000
用药有效人数 m	85	180	435	884	1761
有效频率 m/n	0.850	0.900	0.870	0.884	0.8805

请填写表中有效频率一栏，并指出该药的有效概率是多少？

答案：88%

例 3.（1）某厂一批产品的次品率为$\dfrac{1}{10}$，问任意抽取其中 10 件产品是否一定会发现一件次品？为什么？

（2）10 件产品中次品率为$\dfrac{1}{10}$，问这 10 件产品中必有一件次品的说法是否正确？为什么？

解：（1）错误.（2）正确．

四、课堂练习：

不做大量重复的试验，就下列事件直接分析它的概率：

①掷一枚均匀硬币，出现“正面朝上”的概率是多少？

②掷一枚骰子，出现“正面是 3”的概率是多少？出现“正面是 3 的倍数”的概率是多少？出现“正面是奇数”的概率是多少？

③本班 52 名学生，其中女生 24 人，现任选一人，则被选中的是男生的概率是多少？被选中的是女生的

概率是多少？ 答案：①$\frac{1}{2}$ ②$\frac{1}{6},\frac{1}{3},\frac{3}{6}$ ③$\frac{7}{13},\frac{6}{13}$. **五、小结 ：** 1．随机事件、必然事件、不可能事件的概念； 2．概率的定义和性质 .
教学反思
一、优点： 1.在教学中，采用启发、引导、探索、讨论交流的方式进行组织教学。充分调动学生的主动性、积极性使学生真正成为学习主体. 2.整个教学过程贯穿“怀疑”—“思索”一“发现”一“解惑”四个环节，学生随时对所学知识产生有意注意，符合学生认知水平，培养了学习能力。 **二、缺点：** 1.对于课堂中的生成性资源不能灵活处理。 2.给学生的探究时间还不太充裕。 **三、改进：** 教师应随时充分展示建模的思维过程，使学生从问题的情境中感悟出模型提取的思维机制，获取模型选取的经验，久而久之，感受多了，经验丰富了，建模也就容易了，解题的正确率就会大大提高。

第三、四课时

基本信息	
教学主题	古典概型 1
教学目标	1.认知目标：掌握随机事件概率的含义及表示；正确理解古典概型的两大特点：有限性、等可能性 2.能力目标：掌握古典概型的概率计算公式，并能计算有关随机事件的概率 3.情感目标：通过对古典概型的学习，培养学生数学抽象、数学运算、逻辑推理、数学建模等数学素养
教学重点	了解随机事件概率的含义及表示
教学难点	如何判断一个实验是否是古典概型，如何将实际问题转化为古典概型

教学方法	多媒体课件
教学设计	

一、创设情景

①在前面的学习中，我们曾做抛掷硬币的模拟实验，用统计的方法求硬币出现正面向上的概率。用试验统计的方法来求某一随机事件的概率有什么不足？

②有红心 1，2，3 和黑桃 4，5 这 5 张扑克牌，将其牌点向下置于桌上，现从中任意抽取一张，那么抽到的牌为红心的概率有多大？

③猜想两个实验的结果:

实验 1：有红心 1，2，3 和黑桃 4，5 这 5 张扑克牌，将其牌点向下置于桌上，现从中任意抽取一张，该实验的所有可能结果是什么?

实验 2：抛掷一枚质地均匀的骰子的所有可能结果是什么?

二、新知探究

问题 1:你会用什么方法解决问题?会不会有更好的方法呢?

问题 2:抛掷一枚质地均匀的骰子的所有可能结果是什么?哪种结果的可能性较大?

问题 3:你能从上面两个实验中发现这两个试验有什么共同的特点?

①试验中所有可能出现的基本事件只有有限个；（有限性）

②每个基本事件出现的可能性相等。（等可能性）

三、新知建构

概率：对随机事件发生可能性大小的度量(数值)称为事件的概率(probability)，事件 A 的概率用 P(A) 表示.

古典概型：具有如下共同特征：

①有限性：样本空间的样本点只有______个；

②等可能性：每个样本点发生的可能性相等.

我们将具有以上两个特征的试验称为古典概型试验，其数学模型称为古典概率模型(classical models of probability)，简称古典概型.

概率公式： 一般地，设试验 E 是古典概型，样本空间 Ω 包含 n 个样本点，事件 A 包含其中的 k 个样本点，则定义事件 A 的概率

$$P(A)=\frac{k}{n}=\frac{n(A)}{n(\Omega)}.$$

其中，$n(A)$和 $n(\Omega)$分别表示事件 A 和样本空间 Ω 包含的样本点个数.

四、数学运用

例 1. 某旅游爱好者计划从 3 个亚洲国家 A_1，A_2，A_3 和 3 个欧洲国家 B_1，B_2，B_3 中选择 2 个国家去旅游.

(1)若从这 6 个国家中任选 2 个，求这 2 个国家都是亚洲国家的概率；

(2)若从亚洲国家和欧洲国家中各选 1 个，求这两个国家包括 A_1，但不包括 B_1 的概率.

【答案】（1） $P=\frac{1}{5}$ ；（2） $P=\frac{2}{9}$

【解析】（Ⅰ）由题意知，从 6 个国家中任选两个国家，其一切可能的结果组成的样本点有：

$\{A_1,A_2\},\{A_1,A_3\},\{A_2,A_3\},\{A_1,B_1\},\{A_1,B_2\},\{A_1,B_3\},\{A_2,B_1\},\{A_2,B_2\},\{A_2,B_3\},\{A_3,B_1\},\{A_3,B_2\},\{A_3,B_3\},$

$\{B_1,B_2\},\{B_1,B_3\},\{B_2,B_3\}$，共15个.

所选两个国家都是亚洲国家的事件所包含的样本点有：

$\{A_1,A_2\},\{A_1,A_3\},\{A_2,A_3\}$,共3个，则所求事件的概率为：$P=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$.

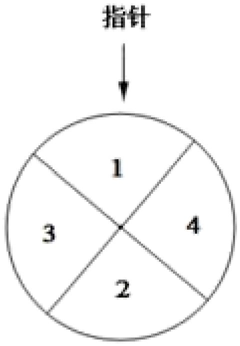
（Ⅱ）从亚洲国家和欧洲国家中各任选一个，其一切可能的结果组成的样本点有：

$\{A_1,B_1\},\{A_1,B_2\},\{A_1,B_3\},\{A_2,B_1\},\{A_2,B_2\},\{A_2,B_3\},\{A_3,B_1\},\{A_3,B_2\},\{A_3,B_3\}$，共9个，

包含 A_1 但不包括 B_1 的事件所包含的样本点有：$\{A_1,B_2\},\{A_1,B_3\}$，共2个，

所以所求事件的概率为：$P=\frac{2}{9}$.

变式训练 1:某儿童乐园在“六一”儿童节推出了一项趣味活动.参加活动的儿童需转动如图所示的转盘两次，每次转动后，待转盘停止转动时，记录指针所指区域中的数.设两次记录的数分别为 x，y.奖励规则如下：



①若 $xy \le 3$，则奖励玩具一个；

②若 $xy \ge 8$，则奖励水杯一个；

③其余情况奖励饮料一瓶.

假设转盘质地均匀，四个区域划分均匀.小亮准备参加此项活动.

（Ⅰ）求小亮获得玩具的概率；

（Ⅱ）请比较小亮获得水杯与获得饮料的概率的大小，并说明理由.

【答案】（Ⅰ）$\frac{5}{16}$.（Ⅱ）小亮获得水杯的概率大于获得饮料的概率.

【解析】（Ⅰ）两次记录的所有结果为（1,1），（1,,2），（1,3），（1,4），（2,1），（2,2），（2,3），（2,4），（3,1），（3,2），（3,3），（3,4），（4,1），（4,2），（4,3），（4,4），共 16 个.

满足 xy≤3 的有（1,1），（1,,2），（1,3），（2,1），（3,1），共 5 个，所以小亮获得玩具的概率为 $\frac{5}{16}$.

（Ⅱ） 满足 xy≥8 的有（2,4），（3,,3），（3,4），（4,2），（4,3），（4,4），共 6 个，所以小亮获得水杯的概率为 $\frac{6}{16}$； 小亮获得饮料的概率为 $1-\frac{5}{16}-\frac{6}{16}=\frac{5}{16}$，

所以小亮获得水杯的概率大于获得饮料的概率.

变式训练 2:将一颗质地均匀的骰子（一种各个面上分别标有 1，2，3，4，5，6 个点的正方体玩具）先后抛掷 2 次，则出现向上的点数之和大于 9 的概率是_______.

【答案】$\frac{1}{6}$

【解析】抛掷一个骰子两次，基本事件有 36 种，其中符合题意的有：

$(4,6),(5,5,),(5,6),(6,4),(6,5),(6,6)$ 共六种，故概率为 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

例 2. 某工厂的 A,B,C 三个不同车间生产同一产品的数量(单位:件)如下表所示.质检人员用分层抽样的方法从这些产品中共抽取 6 件样品进行检测:

车间	A	B	C
数量	50	150	100

(1)求这 6 件样品中来自 A,B,C 各车间产品的数量;

(2)若在这 6 件样品中随机抽取 2 件进行进一步检测,求这 2 件产品来自相同车间的概率.

【答案】(1)1,2,3;(2) $\frac{4}{15}$.

【解析】(1)因为样本容量与总体中的个体数的比是$\frac{6}{50+150+100}=\frac{1}{50}$,

所以A车间产品被选取的件数为$50\times\frac{1}{50}=1$,

B车间产品被选取的件数为$150\times\frac{1}{50}=3$,

C车间产品被选取的件数为$100\times\frac{1}{50}=2$.

(2)设 6 件自A、B、C三个车间的样品分别为:$A;B_1,B_2,B_3;C_1,C_2$.

则从 6 件样品中抽取的这 2 件产品构成的所有样本点为:

$(A,B_1),(A,B_2),(A,B_3),(A,C_1),(A,C_2),(B_1,B_2),(B_1,B_3),(B_1,C_1)$,

$(B_1,C_2),(B_2,B_3),(B_2,C_1),(B_2,C_2),(B_3,C_1),(B_3,C_2),(C_1,C_2)$,共 15 个.

每个样品被抽到的机会均等,因此这些样本点的出现是等可能的.

记事件D:“抽取的这 2 件产品来自相同车间”,

则事件D包含的样本点有:

$(B_1,B_2),(B_1,B_3),(B_2,B_3),(C_1,C_2)$,共 4 个

所以$P(D)=\frac{4}{15}$.

所以这 2 件商品来自相同车间的概率为$\frac{4}{15}$.

变式训练:现有 7 名数理化成绩优秀者，分别用A_1，A_2，A_3，B_1，B_2，C_1，C_2表示，其中A_1，A_2，A_3的数学成绩优秀，B_1，B_2的物理成绩优秀，C_1，C_2的化学成绩优秀.从中选出数学、物理、化学成绩优秀者各 1 名，组成一个小组代表学校参加竞赛，则A_1和B_1不全被选中的概率为____________.

【答案】$\frac{5}{6}$

【解析】从这 7 人中选出数学、物理、化学成绩优秀者各 1 名，

所有可能的结果组成的 12 个样本点为(A_1,B_1,C_1)，

(A_1,B_1,C_2)，(A_1,B_2,C_1)，(A_1,B_2,C_2)，(A_2,B_1,C_1)，

(A_2,B_1,C_2)，(A_2,B_2,C_1)，(A_2,B_2,C_2)，(A_3,B_1,C_1)，

(A_3,B_1,C_2)，(A_3,B_2,C_1)，(A_3,B_2,C_2).

“A_1和B_1全被选中”有 2 个样本点(A_1,B_1,C_1)，(A_1,B_1,C_2)，

“A_1和B_1不全被选中”为事件N共有 10 个样本点，概率为$\dfrac{10}{12}=\dfrac{5}{6}$.

故答案为:$\dfrac{5}{6}$.

例 3: 某研究性学习小组对春季昼夜温差大小与某花卉种子发芽多少之间的关系进行研究，他们分别记录了 3 月 1 日至 3 月 5 日的每天昼夜温差与实验室每天每 100 颗种子浸泡后的发芽数，得到如下资料：

日期	3 月 1 日	3 月 2 日	3 月 3 日	3 月 4 日	3 月 5 日
温差$x(^{\circ}\mathrm{C})$	10	11	13	12	8
发芽数y（颗）	23	25	30	26	16

（1）求这 5 天的平均发芽率；

（2）从 3 月 1 日至 3 月 5 日中任选 2 天，记发芽的种子数分别为m，n，用(m,n)的形式列出所有的基本事件，并求满足“m，$n\in[25$，$30]$”的事件A的概率.

【答案】（1）24%；（2）$\dfrac{3}{10}$.

【解析】（1）这 5 天的平均发芽率为：

$\dfrac{1}{5}(23+25+30+26+16)\times\dfrac{1}{100}\times100\%=24\%$.

（2）从 3 月 1 日至 3 月 5 日任中选 2 天，

记发芽的种子数分别为m，n，

用(m,n)的形式列出所有的基本事件有 10 个，分别为：

$(23,25)$，$(23,30)$，$(23,26)$，$(23,16)$，$(25,30)$，$(25,26)$，$(25,16)$，$(30,26)$，$(30,16)$，$(26,16)$.

满足“m，$n\in[25$，$30]$”的事件A包含的基本事件有：

$(25,30)$，$(25,26)$，$(30,26)$，共 3 个.

$\therefore$满足“m，$n\in[25$，$30]$”的事件A的概率P（A）$=\dfrac{3}{10}$.

五、小结：

概率

古典概型： 具有如下共同特征：

①有限性；②等可能性；

概率公式：

六、作业

教学反思
一、优点： 本节课的教学通过提出问题，引导学生发现问题，经历思考交流概括归纳后得出古典概型的概念，由两个问题的提出进一步加深对古典概型的两个特点的理解;再通过学生观察类比推导出古典概型的概率计算公式。这一过程能够培养学生发现问题、分析问题、解决问题的能力。 **二、缺点：** 在学生小组讨论时指导得不够到位，应该赋予学生更多的时间，给他们更多的自主权。 **三、改进：** 在今后的教学中，要在学生合作等方面加强指导，注意平时的培养与提高。

第五、六课时

基本信息	
教学主题	古典概型 2
教学目标	1.认知目标：理解并进一步掌握古典概型的概念、概率计算公式 2.能力目标：会用古典概型的概率计算公式解决实际的概率问题 3.情感目标：让学生会将一些实际问题转化为古典概型求解问题，体会概率在解释—

	些生活问题中的应用，培养学生数据分析的能力
教学重点	古典概型的应用
教学难点	古典概型的应用
教学方法	多媒体课件
教学设计	

习题选讲：

一．单选题

1．甲乙两人有三个不同的学习小组 A，B，C 可以参加，若每人必须参加并且仅能参加一个学习小组，则两人参加同一个小组的概率为(　　)

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{5}$　　D．$\frac{1}{6}$

2．下列试验中，是古典概型的为(　　)

A．种下一粒花生，观察它是否发芽

B．向正方形 $ABCD$ 内，任意投掷一点 P，观察点 P 是否与正方形的中心 O 重合

C．从 1，2，3，4 四个数中，任取两个数，求所取两数之一是 2 的概率

D．在区间 $[0,5]$ 内任取一点，求此点小于 2 的概率

3．某兴趣小组有 5 名学生，其中有 3 名男生和 2 名女生，现在要从这 5 名学生中任选 2 名学生参加活动，则选中的 2 名学生的性别相同的概率是(　　)

A．$\frac{2}{5}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$\frac{3}{10}$　　D．$\frac{1}{2}$

4．如果 3 个正整数可作为一个直角三角形三条边的边长，则称这 3 个数为一组勾股数．从 1，2，3，4，5 中任取 3 个不同的数，则这 3 个数构成一组勾股数的概率为(　　)

A．$\frac{3}{10}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$\frac{1}{10}$　　D．$\frac{1}{20}$

5．从分别写有 1，2，3，4，5 的 5 张卡片中随机抽取 1 张，放回后再随机抽取 1 张，则抽得的第一张卡片上的数大于第二张卡片上的数的概率为(　　)

A．$\frac{1}{10}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$\frac{3}{10}$　　D．$\frac{2}{5}$

6．把形状、质量、颜色等完全相同，标号分别为 1，2，3，4，5，6 的 6 个小球放入一个不透明的袋子

中，从中任意抽取一个小球，记下号码为x，把第一次抽取的小球放回去之后再从中抽取一个小球，记下号码为y，设“乘积$xy=6$”为事件A，则P（A）$=($　　$)$

A．$\frac{1}{18}$　　B．$\frac{1}{12}$　　C．$\frac{1}{9}$　　D．$\frac{1}{6}$

7．甲、乙两人玩猜数字游戏，先由甲心中想一个数字，记为a，再由乙猜甲刚才所想的数字，把乙猜的数字记为b，其中a，$b\in\{1$，2，3，4，5，$6\}$，若$|a-b|\leqslant 1$，就称甲乙“心有灵犀”．现任意找两人玩这个游戏，则他们“心有灵犀”的概率为$($　　$)$

A．$\frac{1}{9}$　　B．$\frac{2}{9}$　　C．$\frac{7}{18}$　　D．$\frac{4}{9}$

8．2019年湖南等8省公布了高考改革综合方案，将采取“$3+1+2$”模式，即语文、数学、英语必考，考生首先在物理、历史中选择1门，然后在政治、地理、化学、生物中选择2门．则某同学选到物理、地理两门功课的概率为$($　　$)$

A．$\frac{1}{8}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{3}$

二．填空题

1. 从长度分别为$2,3,4,5$的四条线段中任意取出三条，以这三条线段为边可以构成三角形的概率是____.

2．从2男3女共5名同学中任选2名（每名同学被选中的机会均等），这2名都是男生或都是女生的概率等于_____.

3．从1，2，3，4，5这五个数中，不放回地任取两数，则两数都是奇数的概率是____.

4．有甲、乙两个盒子，甲盒子中装有3个小球，乙盒子中装有5个小球，每次随机取一个盒子并从中取一个球，当取完一个盒子中的球时，另一个盒子恰剩下3个球的概率为____.

三．解答题

1．袋中有大小相同的5个白球，3个黑球和3个红球，每球有一个区别于其他球的编号，从中摸出一个球．

（1）有多少种不同的摸法？如果把每个球的编号看作一个基本事件建立概率模型，该模型是不是古典概型？

（2）若按球的颜色为划分基本事件的依据，有多少个基本事件？以这些基本事件建立概率模型，该模型是不是古典概型？

2．甲、乙二人用4张扑克牌（分别是红桃2，红桃3，红桃4，方片4）玩游戏，他们将扑克牌洗匀后，背面朝上放在桌面上，甲先抽，乙后抽，抽出的牌不放回，各抽一张．

（Ⅰ）设(i,j)，表示甲乙抽到的牌的数字，如甲抽到红桃2，乙抽到红桃3，记为$(2,3)$，请写出甲乙二

人抽到的牌的所有情况； （Ⅱ）若甲抽到红桃 3，则乙抽出的牌面数字比 3 大的概率是多少？（考点：概率应用） 3．某旅游爱好者计划从 3 个亚洲国家 A_1，A_2，A_3 和 3 个欧洲国家 B_1，B_2，B_3 中选择 2 个国家去旅游． （1）若从这 6 个国家中任选 2 个，求共有多少种选法和这 2 个国家都是亚洲国家的概率； （2）若从亚洲国家和欧洲国家中各任选 1 个，求这 2 个国家包括 A_1 但不包括 B_1 的概率． 4．小李在做一份调查问卷，共有 4 道题，其中有两种题型，一种是选择题，共 2 道，另一种是填空题，共 2 道． （1）小李从中任选 2 道题解答，每一次选 1 题（不放回），求所选的题不是同一种题型的概率； （2）小李从中任选 2 道题解答，每一次选 1 题（有放回），求所选的题不是同一种题型的概率．
教学反思
一、优点： 在上课过程中, 学生积极思考，相互协作讨论，踊跃回答问题，气氛活跃，教学效果好。 **二、缺点：** 今后应加强理论学习，不断改进课堂教学，提高教学效率 **三、改进：** 1. 例题的选择应有一定的层次性，由浅入深，层层递进，符合探究规律，有利于学生能力的逐步提升。要把握好“度”。 2. 例题选择要有研究性，选择例题要精，要有丰富内涵，既要注重结果，更要注重质量，以期“一题多解，达到熟悉;多解归一，挖掘共性;多题归一，归纳规律。”

第七、八课时

基本信息	
教学主题	互斥事件有一个发生的概率 1

教学目标	1.认知目标：掌握互斥事件的概念；掌握互斥事件概率的求法 2.能力目标：理解并掌握互斥事件和对立事件的概率 3.情感目标：初步形成用科学的态度、辩证的思想，用随机的观念去观察、分析和研究客观世界的态度，寻求并获得认识世界的初步知识和科学方法
教学重点	互斥事件的概率的求法
教学难点	互斥事件的概念
教学方法	多媒体课件

教学设计

一、复习引入：

1164. 事件的定义：随机事件：在一定条件下可能发生也可能不发生的事件；

必然事件：在一定条件下必然发生的事件；

不可能事件：在一定条件下不可能发生的事件.

2．随机事件的概率：一般地，在大量重复进行同一试验时，事件A发生的频率$\frac{m}{n}$总是接近某个常数，在它附近摆动，这时就把这个常数叫做事件A的概率，记作$P(A)$.

3.概率的确定方法：通过进行大量的重复试验，用这个事件发生的频率近似地作为它的概率；

4．概率的性质：必然事件的概率为1，不可能事件的概率为0，随机事件的概率为$0 \le P(A) \le 1$，必然事件和不可能事件看作随机事件的两个极端情形 .

5164.基本事件：一次试验连同其中可能出现的每一个结果（事件A）称为一个基本事件.

6．等可能性事件：如果一次试验中可能出现的结果有n个，而且所有结果出现的可能性都相等，那么每个基本事件的概率都是$\frac{1}{n}$，这种事件叫等可能性事件.

7．等可能性事件的概率：如果一次试验中可能出现的结果有n个，而且所有结果都是等可能的，如果事件A包含m个结果，那么事件A的概率$P(A)=\frac{m}{n}$.

8．等可能性事件的概率公式及一般求解方法.

二、讲解新课：

1.事件的和的意义

对于事件 A 和事件 B 是可以进行加法运算的.A+B 表示这样一个事件：在同一试验下，A 或 B 中至少有一个发生就表示它发生.例如抛掷一个六面分别标有数字 1、2、3、4、5、6 的正方体玩具，如果掷出奇数点，记作事件 A；如果掷出的点数不大于 3，记作事件 B，那么事件 A+B 就是表示掷出的点数为 1、2、3、5 当中的一个.

事件“$A_1+A_2+\cdots+A_n$”表示这样一个事件，在同一试验中，$A_1,A_2,\cdots,A_n$中至少有一个发生即表示它发生.

2. 互斥事件的概念

不可能同时发生的个事件叫做互斥事件.

在一个盒子内放有１０个大小相同的小球，其中有７个红球、２个绿球、１个黄球.现从盒中任意摸出一个球，我们把得到红球叫事件Ａ，得到绿球叫事件Ｂ，得到黄球叫事件Ｃ.若摸出的球是红的，就说事件Ａ发生了；若摸出的球是绿的，就说事件Ｂ发生了，若摸出的球是黄的，就说事件Ｃ发生了.

在摸球的时候，若Ａ发生，则Ｂ一定不发生；若Ｂ发生，则Ａ也一定不发生.即Ａ、Ｂ不可能同时发生.

这种不可能同时发生的两个事件，叫做互斥事件.在上面的问题中，Ａ和Ｂ是互斥事件，Ａ和Ｃ也是互斥事件；Ｂ和Ｃ也是互斥事件.

一般地：如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中的任何两个都是互斥的，那么就说事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 彼此互斥.

3．对立事件的概念

事件A和事件B必有一个发生的互斥事件.

从盒中任意摸出一个球，若摸出的球不是红的，即事件Ａ没发生，记作 $\overline{A}$.

由于事件Ａ和事件 $\overline{A}$ 不可能同时发生，它们是互斥事件.又由于摸出的一个球要么是红球，要么不是红球，即事件Ａ和事件 $\overline{A}$ 必有一个发生.象这种其中必有一个发生的互斥事件叫做对立事件.

4．互斥事件的概率的求法

若 “从盒中任意摸出一个球，摸出的球是红的或是绿的”是一个事件，当摸出的球是红球或绿球时，表示这个事件发生，我们把这个事件记作Ａ＋Ｂ，现在问：事件Ａ＋Ｂ的概率是多少？

因为从盒中任摸１个球有１０种可能，而得到红球或绿球的方法有２＋７种，所以得到红球或绿球的概率：P(A+B) $=\dfrac{7+2}{10}$

另一方面：P(A)=$\dfrac{7}{10}$，P(B)=$\dfrac{2}{10}$　所以 P(A+B)=P(A)+P(B) .

一般地：如果事件Ａ，Ｂ互斥，那么事件Ａ＋Ｂ发生（即Ａ，Ｂ中有一个发生）的概率，等于事件Ａ，Ｂ分别发生的概率的和.

如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 彼此互斥，那么事件 $A_1+A_2+\cdots+A_n$ 发生（即 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中有一个发生）的概率，等于这ｎ个事件分别发生的概率的和，即 $P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$

由对立事件的意义：Ａ＋$\overline{A}$ 是一个必然事件，它的概率等于１，又由于Ａ与 $\overline{A}$ 互斥，我们得到：

P(A)+P($\overline{A}$)＝P(A＋$\overline{A}$)＝１

对立事件的概率的和等于１.

同样 P($\overline{A}$)＝１－P(A) .

三、讲解范例：

例１　某地区的年降水量在下列范围内的概率如下表所示：

年降水量（单位：ｍｍ）	$[100,150)$	$[150,200)$	$[200,250)$	$[250,300)$
概　率	0.12	0.25	0.16	0.14

（１）求年降水量在 $[100,200)$（ｍｍ）范围内的概率；

（２）求年降水量在$[150,300)$（ｍｍ）范围内的概率.

解：（１）P(A+B)＝P(A)+P(B)＝0.12+0.25=0.37

（２）P(B+C+D)＝P(B)+P(C)+P(D)＝0.25+0.16+0.14=0.55

例 2. 在 20 件产品中,有 15 件一级品， 5 件二级品，从中任取 3 件，其中至少有 1 件为二级品的概率是多少？

解法 1 $P(A_1+A_2+A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)$

$$P(A_1+A_2+A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3) \quad =\frac{C_5^1C_{15}^2}{C_{20}^3}+\frac{C_5^2C_{15}^1}{C_{20}^3}+\frac{C_5^3}{C_{20}^3}=\frac{137}{228}$$

解法 2： P（$\overline{A}$）＝１－P(A)＝１－$\frac{91}{228}=\frac{137}{228}$.

四、课堂练习：

1.若 A 表示四件产品中至少有一件是废品的事件，B 表示废品不少于两件的事件，试问对立事件 $\overline{A}$ 、$\overline{B}$ 各表示什么?

2.一个射手进行一次射击，试判断下面四个事件 A、B、C、D 中有哪些是互斥事件? 事件 A：命中的环数大于 8； 事件 B：命中的环数大于 5；事件 C：命中的环数小于 4； 事件 D：命中的环数小于 6.

3.某市派出甲、乙两支球队参加全省足球冠军赛.甲乙两队夺取冠军的概率分别是 $\frac{3}{7}$ 和 $\frac{1}{4}$.试求该市足球队夺得全省足球冠军的概率.

4.如果事件 A、B 互斥，那么（ ）

A. $A+B$ 是必然事件　　B. $\overline{A}+\overline{B}$ 是必然事件

C. $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 一定互斥　D. $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 一定不互斥

5.下列说法中正确的是（ ）

A.事件 A、B 中至少有一个发生的概率一定比 A、B 中恰有一个发生的概率大

B.事件 A、B 同时发生的概率一定比事件 A、B 恰有一个发生的概率小

C.互斥事件一定是对立事件，对立事件不一定是互斥事件

D.互斥事件不一定是对立事件，对立事件一定是互斥事件

答案：1. $\overline{A}$ 表示四件产品中没有废品的事件；$\overline{B}$ 表示四件产品中没有废品或只有一件废品的事件.

2. 事件 A 与 C、事件 A 与 D、事件 B 与 C 分别为互斥事件

3.（ $\frac{19}{28}$） 4. B 5. D

五、小结 ：1.互斥事件，对立事件的概念；2.互斥事件，对立事件的关系；

3.互斥事件有一个发生的和概率公式：

$P(A_1+A_2+A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)$（$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 彼此互斥）；

4.对立事件的概率的和等于 1， 即：$P(A)+P(\overline{A})=1$.
教学反思
一、优点： 1.课前准备充足。 2.例题讲解详细。 **二、缺点：** 对教材的理解不够透彻,对学生的指导不够细致，不够具体，如在抽奖游戏过程中，由于时间关系，没有让学生板演，或说出自己的想法，草草收场。 **三、改进：** 1.在教学过程中应以学生为主体，老师不要以为你讲一道题讲得有多好，学生就学得有多好，我们要明白不是我们讲够没有，而是学生通过大脑掌握没有，过手没有。 2.学生主体学习可以采用:学生相互提问讨论式。学生与学生之间相处的时间很长，他们之间没有什么隔阂，更容易相互之间交流。很多学生他都不敢问老师问题，而明明他有不懂的问题。当然这有很多因素，老师的性格转变是一方面，但建立起学生间的相互学习机制会效果会更好。

第九、十课时

基本信息	
教学主题	互斥事件有一个发生的概率 2
教学目标	1.认知目标：掌握互斥事件的概率的求法 2.能力目标：掌握互斥事件的概率的求法 3.情感目标：初步形成用科学的态度、辩证的思想，用随机的观念去观察、分析和研究客观世界的态度，寻求并获得认识世界的初步知识和科学方法
教学重点	互斥事件的概率的求法
教学难点	互斥事件的概率的求法
教学方法	多媒体课件

教学设计

一、复习引入：

1168. 事件的定义：随机事件：在一定条件下可能发生也可能不发生的事件；

必然事件：在一定条件下必然发生的事件；

不可能事件：在一定条件下不可能发生的事件.

2．随机事件的概率：一般地，在大量重复进行同一试验时，事件 A 发生的频率 $\frac{m}{n}$ 总是接近某个常数，在它附近摆动，这时就把这个常数叫做事件 A 的概率，记作 $P(A)$.

3.概率的确定方法：通过进行大量的重复试验，用这个事件发生的频率近似地作为它的概率；

4．概率的性质：必然事件的概率为1，不可能事件的概率为0，随机事件的概率为$0\le P(A)\le 1$，必然事件和不可能事件看作随机事件的两个极端情形 .

5168.基本事件：一次试验连同其中可能出现的每一个结果（事件 A ）称为一个基本事件.

6．等可能性事件：如果一次试验中可能出现的结果有 n 个，而且所有结果出现的可能性都相等，那么每个基本事件的概率都是 $\frac{1}{n}$，这种事件叫等可能性事件.

7．等可能性事件的概率：如果一次试验中可能出现的结果有 n 个，而且所有结果都是等可能的，如果事件 A 包含 m 个结果，那么事件 A 的概率 $P(A)=\frac{m}{n}$.

8．等可能性事件的概率公式及一般求解方法.

9.事件的和的意义:对于事件 A 和事件 B 是可以进行加法运算的.

10. 互斥事件的概念:不可能同时发生的个事件叫做互斥事件.

一般地：如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中的任何两个都是互斥的，那么就说事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 彼此互斥.

11．对立事件的概念:事件 A 和事件 B 必有一个发生的互斥事件.

12．互斥事件的概率的求法:如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 彼此互斥，那么

$P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$.

二、讲解范例：

例 1． 袋中有 5 个白球，3 个黑球，从中任意摸出 4 个，求下列事件发生的概率：

(1)摸出 2 个或 3 个白球；(2)至少摸出 1 个白球；(3)至少摸出 1 个黑球.

解：从 8 个球中任意摸出 4 个共有 C_8^4 种不同的结果. 记从 8 个球中任取 4 个，其中恰有 1 个白球为事件 A_1，恰有 2 个白球为事件 A_2，3 个白球为事件 A_3，4 个白球为事件 A_4，恰有 i 个黑球为事件 B_i，则

(1)摸出 2 个或 3 个白球的概率

$P_1=P(A_2+A_3)=P(A_2)+P(A_3)$

$$=\frac{C_5^2C_3^2}{C_8^4}+\frac{C_5^3C_3^1}{C_8^4}$$

$$=\frac{3}{7}+\frac{3}{7}=\frac{6}{7}$$

(2)至少摸出 1 个白球的概率

$P_2=1-P(B_4)=1-0=1$

(3)至少摸出 1 个黑球的概率

$$P_3=1-P(A_4)=1-\frac{C_5^4}{C_8^4}=\frac{13}{14}$$

例 2． 盒中有 6 只灯泡，其中 2 只次品，4 只正品，有放回地从中任取两次，每次取一只，试求下列事件的概率：

(1)取到的 2 只都是次品；

(2)取到的 2 只中正品、次品各一只；

(3)取到的 2 只中至少有一只正品.

解：从 6 只灯泡中有放回地任取两只，共有 $6^2=36$ 种不同取法.

(1)取到的 2 只都是次品情况为 $2^2=4$ 种. 因而所求概率为 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$.

(2)由于取到的 2 只中正品、次品各一只有两种可能：第一次取到正品，第二次取到次品；及第一次取到次品，第二次取到正品. 因而所求概率为

$$P=\frac{4\times 2}{36}+\frac{2\times 4}{36}=\frac{4}{9}$$

(3)由于“取到的两只中至少有一只正品”是事件“取到的两只都是次品”的对立事件. 因而所求概率为

$$P=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$$

例 3． 从男女学生共有 36 名的班级中，任意选出 2 名委员，任何人都有同样的当选机会. 如果选得同性委员的概率等于 $\frac{1}{2}$，求男女生相差几名?

解：设男生有 x 名，则女生有 $36-x$ 名. 选得 2 名委员都是男性的概率为

$$\frac{C_x^2}{C_{36}^2}=\frac{x(x-1)}{36\times 35}$$

选得 2 名委员都是女性的概率为

$$\frac{C_{36}^{2}-x}{C_{36}^{2}}=\frac{(36-x)(35-x)}{36\times 35}$$

以上两种选法是互斥的，又选得同性委员的概率等于 $\frac{1}{2}$，得

$$\frac{x(x-1)}{36\times 35}+\frac{(36-x)(35-x)}{36\times 35}=\frac{1}{2}$$

解得 x=15 或 x=21

即男生有 15 名，女生有 36-15=21 名，或男生有 21 名，女生有 36-21=15 名.

总之，男女生相差 6 名 .

三、课堂练习：

1.回答下列问题：

(1)甲、乙两射手同时射击一目标，甲的命中率为 0.65，乙的命中率为 0.60，那么能否得出结论：目标被命中的概率等于 0.65＋0.60＝1.25，为什么?

(2)一射手命中靶的内圈的概率是 0.25，命中靶的其余部分的概率是 0.50.那么能否得出结论：目标被命中的概率等于 0.2 5 ＋0. 5 0＝0.7 5 ，为什么?

(3)两人各掷一枚硬币，“同时出现正面”的概率可以算得为 $\frac{1}{2^2}$. 由于“不出现正面”是上述事件的对立事件，所以它的概率等于 $1-\frac{1}{2^2}=\frac{3}{4}$. 这样做对吗?说明道理.

2.战士甲射击一次，问：

(1)若事件 A(中靶)的概率为 0.95，$\overline{A}$ 的概率为多少?

(2)若事件 B(中靶环数大于 5)的概率为 0.7，那么事件 C(中靶环数小于 6)的概率为多少?事件 D(中靶环数大于 0 且小于 6)的概率是多少?

3.某产品分甲、乙、丙三级，其中乙、丙两级均属次品.在正常生产情况下出现乙级品和丙级品的概率分别为 3%和 1%.求抽验一只是正品(甲级)的概率.

4.在放有 5 个红球、4 个黑球、3 个白球的袋中，任意取出 3 个球，分别求出 3 个全是同色球的概率及全是异色球的概率.

5.某单位 36 人的血型类别是：A 型 12 人，B 型 10 人，AB 型 8 人，O 型 6 人.现从这 36 人中任选 2 人，求此 2 人血型不同的概率.

6.在一只袋子中装有 7 个红玻璃球，3 个绿玻璃球.从中无放回地任意抽取两次，每次只取一个.试求：

(1)取得两个红球的概率；

(2)取得两个绿球的概率；

(3)取得两个同颜色的球的概率；

(4)至少取得一个红球的概率.

7.在房间里有 4 个人.问至少有两个人的生日是同一个月的概率是多少?.

答案：1. (1)不能.因为甲命中目标与乙命中目标两事件不互斥.

(2)能.因为命中靶的内圈和命中靶的其余部分是互斥事件.

(3)不对.因为“不出现正面”与“同时出现正面”不是对立事件，故其概率和不为 1.

2. (1)0.05　(2)$P(C)$=0.3　$P(D)$=0.25　　　　3. 0.96

4. 全是同色球的概率为$\frac{3}{44}$，全是异色球的概率为$\frac{3}{11}$

5. $\frac{34}{45}$　　6.（1）$\frac{7}{15}$　（2）$\frac{1}{15}$　（3）$\frac{8}{15}$　（4）$\frac{14}{15}$）　　7. $\frac{41}{96}$

四、小结 ：互斥事件概率的求法 **.**

教学反思

一、优点：

1. 在上课的过程中，充分体现出学生可以根据需要,在老师的引导下，选择自己学习的进度和内容，去自主的学习和探索。通过实际操作，帮助理解和掌握本节课重点内容。

2. 在学生课后的反馈中，总体的反映都觉得各自获益匪浅,从中学到了不少的东西，切实掌握了组合的有关知识。

二、缺点：

1. 教师对学生的小组合作学习指导不够，有个别学生还不能有效参与。

2. 对于课堂中的生成性资源不能灵活处理。

三、改进：

在今后的教学中，我还要进一步提升自己驾驭课堂的能力，多一些教学智慧，多一些对课堂问题的预设，学会灵活地引领学生在探究的道路上发散思维，提升能力。

第十一、十二课时

基本信息	
教学主题	相互独立事件同时发生的概率 1
教学目标	1.认知目标：了解相互独立事件的意义；注意弄清事件“互斥”与“相互独立”是不同的两个概念；理解相互独立事件同时发生的概率乘法公式 2.能力目标：学生逐渐提高将复杂事件用简单事件的和事件与积事件表示的数学思维能力 3.情感目标：通过课堂学习让学生从感性上体验到概率问题的多样性和趣味性，从理性上理解并掌握相互独立事件同时发生的概率的计算方法，建立面对概率问题，只要概念清晰和方法得当，就会战无不胜的信心
教学重点	相互独立事件同时发生的概率乘法公式
教学难点	事件的相互独立性的判定
教学方法	多媒体课件

教学设计

一、复习引入：

1172. 事件的定义：随机事件：在一定条件下可能发生也可能不发生的事件；

必然事件：在一定条件下必然发生的事件；

不可能事件：在一定条件下不可能发生的事件.

2．随机事件的概率：一般地，在大量重复进行同一试验时，事件 A 发生的频率 $\frac{m}{n}$ 总是接近某个常数，在它附近摆动，这时就把这个常数叫做事件 A 的概率，记作 $P(A)$.

3.概率的确定方法：通过进行大量的重复试验，用这个事件发生的频率近似地作为它的概率；

4．概率的性质：必然事件的概率为1，不可能事件的概率为0，随机事件的概率为$0\le P(A)\le 1$，必然事件和不可能事件看作随机事件的两个极端情形 .

5172.基本事件：一次试验连同其中可能出现的每一个结果（事件 A ）称为一个基本事件.

6．等可能性事件：如果一次试验中可能出现的结果有 n 个，而且所有结果出现的可能性都相等，那么每个基本事件的概率都是 $\frac{1}{n}$，这种事件叫等可能性事件.

7．等可能性事件的概率：如果一次试验中可能出现的结果有 n 个，而且所有结果都是等可能的，如果事件 A 包含 m 个结果，那么事件 A 的概率 $P(A)=\frac{m}{n}$.

8．等可能性事件的概率公式及一般求解方法.

9.事件的和的意义:对于事件 A 和事件 B 是可以进行加法运算的.

10. 互斥事件:不可能同时发生的两个事件. $P(A+B)=P(A)+P(B)$

一般地：如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中的任何两个都是互斥的，那么就说事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 彼此互斥.

11．对立事件:必然有一个发生的互斥事件. $P(A+\overline{A})=1\Rightarrow P(\overline{A})=1-P(A)$

12．互斥事件的概率的求法:如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 彼此互斥，那么

$P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$.

13173.问题:
(1)甲、乙两人各掷一枚硬币，都是正面朝上的概率是多少？
事件 A：甲掷一枚硬币，正面朝上；事件 B：乙掷一枚硬币，正面朝上.
(2)甲坛子里有 3 个白球，2 个黑球，乙坛子里有 2 个白球，2 个黑球，从这两个坛子里分别摸出 1 个球，它们都是白球的概率是多少？
事件 A：从甲坛子里摸出 1 个球，得到白球；事件 B：从乙坛子里摸出 1 个球，得到白球.
问题(1)、(2)中事件 A、B 是否互斥？（不互斥）可以同时发生吗？（可以）
问题(1)、(2)中事件 A（或 B）是否发生对事件 B（或 A）发生的概率有无影响？（无影响） .

二、讲解新课：

1．相互独立事件的定义：

事件 A（或 B）是否发生对事件 B（或 A）发生的概率没有影响，这样的两个事件叫做相互独立事件.

若 A 与 B 是相互独立事件，则 A 与 $\overline{B}$，$\overline{A}$ 与 B，$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也相互独立.

2．相互独立事件同时发生的概率：$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

问题 2 中，“从这两个坛子里分别摸出 1 个球，它们都是白球”是一个事件，它的发生，就是事件 A，B 同时发生，记作 $A\cdot B$.（简称积事件）

从甲坛子里摸出 1 个球，有 5 种等可能的结果；从乙坛子里摸出 1 个球，有 4 种等可能的结果.于是从这两个坛子里分别摸出 1 个球，共有 5×4 种等可能的结果.同时摸出白球的结果有 3×2 种.所以从这两个坛子里分别摸出 1 个球，它们都是白球的概率 $P(A\cdot B)=\dfrac{3\times2}{5\times4}=\dfrac{3}{10}$.

另一方面，从甲坛子里摸出 1 个球，得到白球的概率 $P(A)=\dfrac{3}{5}$，从乙坛子里摸出 1 个球，得到白球的概率 $P(B)=\dfrac{2}{4}$. 显然 $P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$.

这就是说，两个相互独立事件同时发生的概率，等于每个事件发生的概率的积.一般地，如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 相互独立，那么这 n 个事件同时发生的概率，等于每个事件发生的概率的积，

即 $P(A_1\cdot A_2\cdot\cdots\cdot A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot\cdots\cdot P(A_n)$.

3．对于事件 A 与 B 及它们的和事件与积事件有下面的关系：

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$.

三、讲解范例：

例 1．甲、乙二射击运动员分别对一目标射击1次，甲射中的概率为0.8，乙射中的概率为0.9，求：
（1） 2 人都射中目标的概率；
（2） 2 人中恰有1人射中目标的概率；
（3） 2 人至少有1人射中目标的概率；
（4） 2 人至多有1人射中目标的概率？

解：记“甲射击1次，击中目标”为事件A，“乙射击1次，击中目标”为事件B，则A与B，$\overline{A}$与B，A与$\overline{B}$，$\overline{A}$与$\overline{B}$为相互独立事件，

（1） 2 人都射中的概率为：

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)=0.8\times 0.9=0.72$，

$\therefore$ 2 人都射中目标的概率是0.72.

（2）“ 2 人各射击1次，恰有1人射中目标”包括两种情况：一种是甲击中、乙未击中（事件$A\cdot\overline{B}$发生），另一种是甲未击中、乙击中（事件$\overline{A}\cdot B$发生）.根据题意，事件$A\cdot\overline{B}$与$\overline{A}\cdot B$互斥，根据互斥事件的概率加法公式和相互独立事件的概率乘法公式，所求的概率为：

$$P(A\cdot\overline{B})+P(\overline{A}\cdot B)$$
$$=P(A)\cdot P(\overline{B})+P(\overline{A})\cdot P(B)$$
$$=0.8\times(1-0.9)+(1-0.8)\times 0.9=0.08+0.18=0.26$$

$\therefore$ 2 人中恰有1人射中目标的概率是0.26.
（3）（法 1）：2 人至少有 1 人射中包括“2 人都中”和“2 人有 1 人不中”2 种情况，其概率为$P=P(A\cdot B)+[P(A\cdot\overline{B})+P(\overline{A}\cdot B)]=0.72+0.26=0.98$.

（法 2）：“2 人至少有一个击中”与“2 人都未击中”为对立事件，

2 个都未击中目标的概率是$P(\overline{A}\cdot\overline{B})=P(\overline{A})\cdot P(\overline{B})=(1-0.8)(1-0.9)=0.02$，

$\therefore$“两人至少有 1 人击中目标”的概率为$P=1-P(\overline{A}\cdot\overline{B})=1-0.02=0.98$.

（4）（法 1）：“至多有 1 人击中目标”包括“有 1 人击中”和“2 人都未击中”，
故所求概率为：

$$P=P(\overline{A}\cdot\overline{B})+P(A\cdot\overline{B})+P(\overline{A}\cdot B)$$
$$=P(\overline{A})\cdot P(\overline{B})+P(A)\cdot P(\overline{B})+P(\overline{A})\cdot P(B)$$
$$=0.02+0.08+0.18=0.28.$$

（法 2）：“至多有 1 人击中目标”的对立事件是“2 人都击中目标”，

故所求概率为$P=1-P(A\cdot B)=1-P(A)\cdot P(B)=1-0.72=0.28$.

四、课堂练习：

1．在一段时间内，甲去某地的概率是$\frac{1}{4}$，乙去此地的概率是$\frac{1}{5}$，假定两人的行动相互之间没有影响，那么在这段时间内至少有 1 人去此地的概率是(　)

$(A)\ \frac{3}{20}$　　　　$(B)\ \frac{1}{5}$　　　　$(C)\ \frac{2}{5}$　　　　$(D)\ \frac{9}{20}$

2．从甲口袋内摸出 1 个白球的概率是$\frac{1}{3}$，从乙口袋内摸出 1 个白球的概率是$\frac{1}{2}$，从两个口袋内各摸出 1 个球，那么$\frac{5}{6}$等于（　　）

(A) 2 个球都是白球的概率　　　　(B) 2 个球都不是白球的概率

(C) 2 个球不都是白球的概率　　　　(D) 2 个球中恰好有 1 个是白球的概率

3．电灯泡使用时间在 1000 小时以上概率为 0.2，则 3 个灯泡在使用 1000 小时后坏了 1 个的概率是（　　　）

(A) 0.128　　(B) 0.096　　(C) 0.104　　(D) 0.384

4．某道路的A、B、C三处设有交通灯，这三盏灯在一分钟内开放绿灯的时间分别为 25 秒、35 秒、45 秒，某辆车在这条路上行驶时，三处都不停车的概率是　　　　（　　）

$(A)\ \frac{35}{192}$　　$(B)\ \frac{25}{192}$　　$(C)\ \frac{35}{576}$　　$(D)\ \frac{65}{192}$

5．（1）将一个硬币连掷 5 次，5 次都出现正面的概率是________；

（2）甲、乙两个气象台同时作天气预报，如果它们预报准确的概率分别是 0.8 与 0.7，那么在一次预报中两个气象台都预报准确的概率是______.

6．棉籽的发芽率为 0.9，发育为壮苗的概率为 0.6，

（1）每穴播两粒，此穴缺苗的概率为____；此穴无壮苗的概率为_____.

（2）每穴播三粒，此穴有苗的概率为_____；此穴有壮苗的概率为_______.

7．一个工人负责看管 4 台机床，如果在 1 小时内这些机床不需要人去照顾的概率第 1 台是 0.79，第 2 台是 0.79，第 3 台是 0.80，第 4 台是 0.81，且各台机床是否需要照顾相互之间没有影响，计算在这个小时内这 4 台机床都不需要人去照顾的概率.

8．制造一种零件，甲机床的废品率是 0.04，乙机床的废品率是 0.05．从它们制造的产品中各任抽 1 件，其中恰有 1 件废品的概率是多少？

9．甲袋中有 8 个白球，4 个红球；乙袋中有 6 个白球，6 个红球，从每袋中任取一个球，问取得的球是同色的概率是多少？

答案：1. C　2. C　3. B　4. A　5.(1) $\frac{1}{32}$　(2) 0.56

6.(1) 0.01 , 0.16　(2) 0.999 , 0.936

7. P=$0.79^2\times0.81^2\approx0.404$

8. P=$0.04\times0.95+0.96\times0.05\approx0.086$

9. 提示：$P=\frac{8}{12}\cdot\frac{6}{12}+\frac{4}{12}\cdot\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$．

教学反思

一、优点：

1. 利用问题教学，启发与引导学生探索学习

2. 多媒体课件与黑板粉笔并存与互补

二、缺点：

在教学过程中应以学生为主体，老师不要以为你讲一道题讲得有多好，学生就学得有多好，我们要明白不是我们讲够没有，而是学生通过大脑掌握没有，过手没有。

三、改进：

1. 创设问题情境,激发和吸引学生主动学习，激发学生学习的好奇心。

2. 学生主体学习可以采用:学生相互提问讨论式。学生与学生之间相处的时间很长，他们之间没有什么隔阂，更容易相互之间交流。很多学生他都不敢问老师问题，而明明他有不懂的问题。当然这有很多因素，老师的性格转变是一方面，但建立起学生间的相互学习机制会效果会更好。

第十三、十四课时

基本信息	
教学主题	相互独立事件同时发生的概率 2
教学目标	1. 认知目标：了解相互独立事件的意义；注意弄清事件“互斥”与“相互独立”是不同的两个概念；理解相互独立事件同时发生的概率乘法公式 2. 能力目标：学生逐渐提高将复杂事件用简单事件的和事件与积事件表示的数学思维能力 3. 情感目标：通过课堂学习让学生从感性上体验到概率问题的多样性和趣味性，从理性上理解并掌握相互独立事件同时发生的概率的计算方法，建立面对概率问题，只要概念清晰和方法得当，就会战无不胜的信心
教学重点	相互独立事件同时发生的概率乘法公式
教学难点	事件的相互独立性的判定
教学方法	多媒体课件

教学设计

习题选讲：

1.某班有两个课外活动小组，其中第一小组有足球票 6 张，排球票 4 张；第二小组有足球票 4 张，排球票 6 张.甲从第一小组的 10 张票中任抽 1 张，乙从第二小组的 10 张票中任抽 1 张.

（1）两人都抽到足球票的概率是多少? （2）两人中至少有 1 人抽到足球票的概率是多少?

2.设甲、乙、丙三台机器是否需要照顾相互之间没有影响。已知在某一小时内，甲、乙都需要照顾的概率为 0.05，甲、丙都需要照顾的概率为 0.1，乙、丙都需要照顾的概率为 0.125，

（Ⅰ）求甲、乙、丙每台机器在这个小时内需要照顾的概率分别是多少；

（Ⅱ）计算这个小时内至少有一台需要照顾的概率.

3.把 n 个不同的球随机地放入编号为 1，2，⋯，m 的 m 个盒子内，求 1 号盒恰有 r 个球的概率______.

4.有外形相同的球分别装在三个不同的盒子中，每个盒子中有 10 个球.其中第一个盒子中有 7 个球标有字母 A，3 个球标有字母 B；第二个盒子中有红球和白球各 5 个；第三个盒子中有红球 8 个，白球 2 个.

试验按如下规则进行：先在第一个盒子中任取一个球，若取得标有字母 A 的球，则在第二个盒子中任取一球；若第一次取得标有字母 B 的球，则在第三个盒子中任取一球.如果第二次取得的球是红球，则称试验成功，求试验成功的概率..

5.冰箱中放有甲、乙两种饮料各 5 瓶，每次饮用时从中任意取 1 瓶甲种或乙种饮料，取用甲种或乙种饮料的概率相等.

（1）求甲种饮料饮用完毕而乙种饮料还剩下 3 瓶的概率；

（2）求甲种饮料被饮用瓶数比乙种饮料被饮用瓶数至少多 4 瓶的概率.

6.一个通讯小组有两套设备，只要其中有一套设备能正常工作，就能进行通讯.每套设备由 3 个部件组成，只要其中有一个部件出故障，这套设备就不能正常工作.如果在某一时间段内每个部件不出故障的概率为 p，计算在这一时间段内，

（1）恰有一套设备能正常工作的概率；（2）能进行通讯的概率.

7.A、B 两位同学各有五张卡片，现以投掷均匀硬币的形式进行游戏，当出现正面朝上时 A 赢得 B 一张卡片，否则 B 赢得 A 一张卡片，如果某人已赢得所有卡片，则游戏终止.求掷硬币的次数不大于 7 次时游戏终止的概率.

练习:

1.若 A 与 B 相互独立，则下面不相互独立事件有

A.A 与 $\overline{A}$　　　B.A 与 $\overline{B}$　　　C. $\overline{A}$ 与 B　　　D. $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$

2.在某段时间内，甲地不下雨的概率为 0.3，乙地不下雨的概率为 0.4，假设在这段时间内两地是否下雨相互无影响，则这段时间内两地都下雨的概率是

A.0.12　　　B.0.88　　　C.0.28　　　D.0.42

3.甲、乙两人独立地解同一问题，甲解决这个问题的概率是 p_1，乙解决这个问题的概率是 p_2，那么恰好有 1 人解决这个问题的概率是

A.p_1p_2　　　B.p_1（$1-p_2$）$+p_2$（$1-p_1$）　　　C.$1-p_1p_2$　　　D.$1-$（$1-p_1$）（$1-p_2$）

4.将一枚硬币连掷 5 次，如果出现 k 次正面的概率等于出现 $k+1$ 次正面的概率，那么 k 的值为

A.0　　　B.1　　　C.2　　　D.3

5.从应届高中生中选出飞行员，已知这批学生体型合格的概率为$\frac{1}{3}$，视力合格的概率为$\frac{1}{6}$，其他几项标准合格的概率为$\frac{1}{5}$，从中任选一学生，则该生三项均合格的概率为（假设三项标准互不影响）

A.$\frac{4}{9}$　　B.$\frac{1}{90}$　　C.$\frac{4}{5}$　　D.$\frac{5}{9}$

6.一道数学竞赛试题，甲生解出它的概率为$\frac{1}{2}$，乙生解出它的概率为$\frac{1}{3}$，丙生解出它的概率为$\frac{1}{4}$，由甲、乙、丙三人独立解答此题只有一人解出的概率为________.

7.某学生参加一次选拔考试，有 5 道题，每题 10 分.已知他解题的正确率为$\frac{3}{5}$，若 40 分为最低分数线，则该生被选中的概率是________.

8.一出租车司机从饭店到火车站途中有六个交通岗，假设他在各交通岗遇到红灯这一事件是相互独立的，并且概率都是$\frac{1}{3}$.那么这位司机遇到红灯前，已经通过了两个交通岗的概率是________.

9.甲、乙两队进行一场排球比赛，根据以往经验，单局比赛甲队胜乙队的概率为 0.6．本场比赛采用五局三胜制，即先胜三局的队获胜，比赛结束．设各局比赛相互间没有影响，求：

(Ⅰ) 前三局比赛甲队领先的概率；(Ⅱ) 本场比赛乙队以$3:2$取胜的概率.

10.袋子 A 和 B 中装有若干个均匀的红球和白球，从 A 中摸出一个红球的概率是$\frac{1}{3}$，从 B 中摸出一个红球的概率为 p.　　（Ⅰ）从 A 中有放回地摸球，每次摸出一个，共摸 5 次．(i)恰好有 3 次摸到红球的概率；(ii)第一次、第三次、第五次摸到红球的概率．（Ⅱ）若 A、B两个袋子中的球数之比为 12，将 A、B中的球装在一起后，从中摸出一个红球的概率是$\frac{2}{5}$，求 p 的值.

教学反思

一、优点：

在上课的过程中，充分体现出学生可以根据需要, 在老师的引导下，选择自己学习的进度和内容，去自主的学习和探索。通过实际操作，帮助理解和掌握本节课重点内容。

二、缺点：

1. 教师对学生的小组合作学习指导不够，有个别学生还不能有效参与。

2. 教师语言不够精练,放手不够到位。

三、改进：

今后应加强理论学习，不断改进课堂教学，提高教学效率。

第十五、十六课时

基本信息	
教学主题	独立重复试验
教学目标	1. 认知目标：理解独立重复试验的概念，明确它的实际意义；引出 n 次独立重复试验中某事件恰好发生 k 次的概率计算公式 2. 能力目标： 3. 情感目标：
教学重点	n 次独立重复试验中某事件恰好发生 k 次的概率计算公式
教学难点	独立重复试验的判定
教学方法	多媒体课件

教学设计

一、复习引入：

1180. 事件的定义：随机事件：在一定条件下可能发生也可能不发生的事件；

必然事件：在一定条件下必然发生的事件；

不可能事件：在一定条件下不可能发生的事件.

2．随机事件的概率：一般地，在大量重复进行同一试验时，事件 A 发生的频率 $\frac{m}{n}$ 总是接近某个常数，在它附近摆动，这时就把这个常数叫做事件 A 的概率，记作 $P(A)$.

3. 概率的确定方法：通过进行大量的重复试验，用这个事件发生的频率近似地作为它的概率；

4．概率的性质：必然事件的概率为1，不可能事件的概率为0，随机事件的概率为 $0 \le P(A) \le 1$，必然事件和不可能事件看作随机事件的两个极端情形 .

5180.基本事件：一次试验连同其中可能出现的每一个结果（事件 A ）称为一个基本事件.

6．等可能性事件：如果一次试验中可能出现的结果有 n 个，而且所有结果出现的可能性都相等，那么每个基本事件的概率都是 $\frac{1}{n}$，这种事件叫等可能性事件.

7．等可能性事件的概率：如果一次试验中可能出现的结果有 n 个，而且所有结果都是等可能的，如果事件 A 包含 m 个结果，那么事件 A 的概率 $P(A)=\frac{m}{n}$.

8．等可能性事件的概率公式及一般求解方法.

9. 事件的和的意义:对于事件 A 和事件 B 是可以进行加法运算的.

10. 互斥事件:不可能同时发生的两个事件. $P(A+B)=P(A)+P(B)$

一般地：如果事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 中的任何两个都是互斥的，那么就说事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 彼此互斥.

11．对立事件:必然有一个发生的互斥事件． $P(A+\overline{A})=1\Rightarrow P(\overline{A})=1-P(A)$

12．互斥事件的概率的求法:如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 彼此互斥，那么

$P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$.

13．相互独立事件：事件 A （或 B ）是否发生对事件 B （或 A ）发生的概率没有影响，这样的两个事件叫做相互独立事件.

若 A 与 B 是相互独立事件，则 A 与 $\overline{B}$ ， $\overline{A}$ 与 B ， $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也相互独立.

14．相互独立事件同时发生的概率： $P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

一般地，如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 相互独立，那么这 n 个事件同时发生的概率，等于每个事件发生的概率的积， $P(A_1\cdot A_2\cdot\cdots\cdot A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot\cdots\cdot P(A_n)$.

二、讲解新课：

1181.独立重复试验的定义：

指在同样条件下进行的，各次之间相互独立的一种试验.

2．独立重复试验的概率公式：

一般地，如果在 1 次试验中某事件发生的概率是 P ，那么在 n 次独立重复试验中这个事件恰好发生 k 次的概率 $P_n(k)=C_n^kP^k(1-P)^{n-k}$.

它是 $\left[(1-P)+P\right]^n$ 展开式的第 $k+1$ 项.

三、讲解范例：

例 1．某气象站天气预报的准确率为80%，计算（结果保留两个有效数字）：

（1）5 次预报中恰有 4 次准确的概率；

（2）5 次预报中至少有 4 次准确的概率.

解：(1）记“预报 1 次，结果准确”为事件 A . 预报 5 次相当于 5 次独立重复试验，根据 n 次独立重复试验中某事件恰好发生 k 次的概率计算公式，5 次预报中恰有 4 次准确的概率 $P_5(4)=C_5^4\times0.8^4\times(1-0.8)^{5-4}=0.8^4\approx0.41$

答：5 次预报中恰有 4 次准确的概率约为 0.41.

（2）5 次预报中至少有 4 次准确的概率，就是 5 次预报中恰有 4 次准确的概率与 5 次预报都准确的概率的和，即

$$P=P_5(4)+P_5(5)=P_5(4)=C_5^4\times0.8^4\times(1-0.8)^{5-4}+C_5^5\times0.8^5\times(1-0.8)^{5-5}$$

$$=0.8^4+0.8^5\approx0.410+0.328\approx0.74.$$

答：5 次预报中至少有 4 次准确的概率约为 0.74.

例 2．某车间的 5 台机床在 1 小时内需要工人照管的概率都是 $\frac{1}{4}$ ，求 1 小时内 5 台机床中至少 2 台需要工人照管的概率是多少？（结果保留两个有效数字）

解：记事件 A＝“1 小时内，1 台机器需要人照管”，1 小时内 5 台机器需要照管相当于 5 次独立重复试验.

1 小时内 5 台机床中没有 1 台需要工人照管的概率 $P_5(0)=(1-\frac{1}{4})^5=(\frac{3}{4})^5$，

1 小时内 5 台机床中恰有 1 台需要工人照管的概率 $P_5(1)=C_5^1\times\frac{1}{4}\times(1-\frac{1}{4})^4$，

所以 1 小时内 5 台机床中至少 2 台需要工人照管的概率为

$$P=1-\left[P_5(0)+P_5(1)\right]\approx 0.37.$$

答：1 小时内 5 台机床中至少 2 台需要工人照管的概率约为 0.37 .

点评：“至多”，“至少”问题往往考虑逆向思维法.

例 3．某人对一目标进行射击，每次命中率都是 0.25，若使至少命中 1 次的概率不小于 0.75，至少应射击几次？

解：设要使至少命中 1 次的概率不小于 0.75，应射击 n 次.

记事件 A＝“射击一次，击中目标”，则 $P(A)=0.25$.

∵射击 n 次相当于 n 次独立重复试验，

∴事件 A 至少发生 1 次的概率为 $P=1-P_n(0)=1-0.75^n$.

由题意，令 $1-0.75^n\ge 0.75$，∴ $(\frac{3}{4})^n\le\frac{1}{4}$，∴ $n\ge\frac{\lg\frac{1}{4}}{\lg\frac{3}{4}}\approx 4.82$，

∴ n 至少取 5.

答：要使至少命中 1 次的概率不小于 0.75，至少应射击 5 次.

四、课堂练习：

1．每次试验的成功率为 $p(0<p<1)$，重复进行 10 次试验，其中前 7 次都未成功后 3 次都成功的概率为（　　）

(A) $C_{10}^3p^3(1-p)^7$　(B) $C_{10}^3p^3(1-p)^3$　(C) $p^3(1-p)^7$　(D) $p^7(1-p)^3$

2．10 张奖券中含有 3 张中奖的奖券，每人购买 1 张，则前 3 个购买者中，恰有一人中奖的概率为（　　）

(A) $C_{10}^3\times 0.7^2\times 0.3$　(B) $C_3^1\times 0.7^2\times 0.3$　(C) $\frac{3}{10}$　(D) $\frac{3A_7^2\cdot A_3^1}{A_{10}^3}$

3．某人有 5 把钥匙，其中有两把房门钥匙，但忘记了开房门的是哪两把，只好逐把试开，则此人在 3 次内能开房门的概率是　（　　）

(A) $1-\frac{A_3^3}{A_5^3}$　(B) $\frac{A_3^2\cdot A_2^1}{A_5^3}+\frac{A_3^1\cdot A_2^2}{A_5^3}$

(C) $1-(\frac{3}{5})^3$　(D) $C_3^2\times(\frac{3}{5})^2\times(\frac{2}{5})+C_3^1\times(\frac{3}{5})^1\times(\frac{2}{5})^2$

4．甲、乙两队参加乒乓球团体比赛，甲队与乙队实力之比为$3:2$，比赛时均能正常发挥技术水平，则在5局3胜制中，甲打完4局才胜的概率为（　　）

$(A)\ C_3^2(\frac{3}{5})^3\cdot\frac{2}{5}$　　$(B)\ C_3^2(\frac{3}{5})^2(\frac{2}{3})$　　$(C)\ C_4^3(\frac{3}{5})^3(\frac{2}{5})$　　$(D)\ C_4^3(\frac{2}{3})^3(\frac{1}{3})$

5．一射手命中10环的概率为0.7，命中9环的概率为0.3，则该射手打3发得到不少于29环的概率为_______．（设每次命中的环数都是自然数）

6．一名篮球运动员投篮命中率为60%，在一次决赛中投10个球，则投中的球数不少于9个的概率为_______.

7.一射手对同一目标独立地进行4次射击,已知至少命中一次的概率为$\frac{80}{81}$,则此射手的命中率为_____.

8．某车间有5台车床，每台车床的停车或开车是相互独立的，若每台车床在任一时刻处于停车状态的概率为$\frac{1}{3}$，求:（1）在任一时刻车间有3台车床处于停车的概率;（2）至少有一台处于停车的概率.

9．种植某种树苗，成活率为90%，现在种植这种树苗5棵，试求：

⑴全部成活的概率；　　⑵全部死亡的概率；

⑶恰好成活3棵的概率；　　⑷至少成活4棵的概率.

10.（1）设在四次独立重复试验中，事件A至少发生一次的概率为$\frac{80}{81}$，试求在一次试验中事件A发生的概率.（2）某人向某个目标射击，直至击中目标为止，每次射击击中目标的概率为$\frac{1}{3}$，求在第n次才击中目标的概率.

教学反思

一、优点：

在知识的形成过程中，给学生创设熟悉的问题情境，通过各种不同形式的自主学习、探究活动，让学生体验数学发现和创造的历程，来培养学生运用数学分析实际问题的能力和意识，体会从特殊到一般的数学思维方式。

二、缺点：

1.教师从实际的学习效果出发，考虑如何组织合作学习，有利于调动广大学生参与学习的全过程，防止合作学习走过场。

2.对教材的理解不够透彻,对学生的指导不够细致，不够具体

三、改进：

学生的反馈是重要的,它决定了教学的进程聆听学生是教师的必备技能,不要将学生作为“答案发生器”,不要沉浸在“我的学生都会做了”这种虚假的成功喜悦中，而应该让学生关注解决问题的过程、策略及思想方法，让他们充分地展示思想，完整地、数学地表达自己的想法，甚至于应该给予他们犯错的机会，也帮助他们提高分析错误、更正错误的能力。

第十七、十八课时

基本信息	
教学主题	抽样方法
教学目标	正确理解随机抽样的概念，掌握抽签法、随机数表法的一般步骤；
教学重点	正确理解简单随机抽样的概念，掌握抽签法及随机数法的步骤，并能灵活应用相关知识从总体中抽取样本。
教学难点	独立重复试验的判定
教学方法	多媒体课件

教学设计

1．简单随机抽样的定义

设一个总体含有 N 个个体，从中逐个<u>不放回</u>地抽取 n 个个体作为样本(n≤N)，如果每次抽取时总体内的各个个体被抽到的机会<u>都相等</u>，就把这种抽样方法叫做简单随机抽样．

2．简单随机抽样的分类

简单随机抽样$\begin{cases}\underline{\text{抽签法}}\\\underline{\text{随机数法}}\end{cases}$

3．简单随机抽样的优点及适用类型

简单随机抽样有操作<u>简便易行</u>的优点，在总体<u>个体数不多</u>的情况下是行之有效的．

4．系统抽样的概念

先将总体中的个体逐一编号，然后按号码顺序以一定的间隔 k 进行抽取，先从第一个间隔中<u>随机</u>地抽取一个号码，然后按此间隔依次抽取即得到所求样本．

5．系统抽样的步骤

假设要从容量为 N 的总体中抽取容量为 n 的样本，步骤为：

(1)先将总体的 N 个个体<u>编号．</u>有时可直接利用个体自身所带的号码，如学号、准考证号、门牌号等．

(2)确定分段间隔 k，对编号进行分段．当$\frac{N}{n}$(n 是样本容量)是整数时，取 $k=\frac{N}{n}$；

(3)在第 1 段用简单随机抽样确定第一个个体编号 $l(l\leq k)$；

(4)按照一定的规则抽取样本．通常是将 l 加上间隔 k 得到第 2 个个体编号$(l+k)$，再加 k 得到第 3 个个体编号$(l+2k)$，依次进行下去，直到获取整个样本．

6．分层抽样的概念

在抽样时，将总体分成互不交叉的层，然后按照一定的比例，从各层独立地抽取一定数量的个体，将各层取出的个体合在一起作为样本，这种抽样方法是一种分层抽样．

7．分层抽样的适用条件

分层抽样尽量利用事先所掌握的各种信息，并充分考虑保持样本结构与总体结构的一致性，这对提高样本的代表性非常重要．当总体是由差异明显的几个部分组成时，往往选用分层抽样的方法．

一、选择题

1．抽签法中确保样本代表性的关键是(　　)

A．制签　　B．搅拌均匀　　C．逐一抽取　　D．抽取不放回

答案　B　解析　由于此问题强调的是确保样本的代表性，即要求每个个体被抽到的可能性相等．所以选 B.

2．下列抽样实验中，用抽签法方便的有(　　)

A．从某厂生产的 3 000 件产品中抽取 600 件进行质量检验

B．从某厂生产的两箱(每箱 15 件)产品中抽取 6 件进行质量检验

C．从甲、乙两厂生产的两箱(每箱 15 件)产品中抽取 6 件进行质量检验

D．从某厂生产的 3 000 件产品中抽取 10 件进行质量检验

答案　B

解析　A 总体容量较大，样本容量也较大不适宜用抽签法；B 总体容量较小，样本容量也较小可用抽签法；C 中甲、乙两厂生产的两箱产品有明显区别，不能用抽签法；D 总体容量较大，不适宜用抽签法.

3．为调查参加运动会的 1 000 名运动员的年龄情况，从中抽查了 100 名运动员的年龄，就这个问题来说，下列说法正确的是(　　)

A．1 000 名运动员是总体　　B．每个运动员是个体

C．抽取的 100 名运动员是样本　　*D*．样本容量是 100

答案　*D*　解析：此问题研究的是运动员的年龄情况，不是运动员，故 *A*、*B*、*C* 错，故选 *D*.

4．用简单随机抽样方法从含有 10 个个体的总体中，抽取一个容量为 3 的样本，其中某一个体 a“第一次被抽到”的可能性，“第二次被抽到”的可能性分别是(　　)

，$\frac{1}{10}$　　　　，$\frac{1}{5}$　　　　，$\frac{3}{10}$　　　　，$\frac{3}{10}$

答案　*A*

5．某会议室有 50 排座位，每排有 30 个座位．一次报告会坐满了听众．会后留下座号为 15 的所有听众 50 人进行座谈．这是运用了(　　)

A．抽签法　　　*B*．随机数表法　　　*C*．系统抽样　　　*D*．有放回抽样

答案　*C* 解析　从第 1 排到第 50 排每取一个人的间隔人数是相同的，符合系统抽样的定义．

6．要从已经编号(1～50)的 50 枚最新研制的某种型号的导弹中随机抽取 5 枚来进行发射试验，用系统抽样方法确定所选取的 5 枚导弹的编号可能是(　　)

A．5, 10, 15, 20, 25　　　*B*．3, 13, 23, 33, 43　　　*C*．1, 2, 3, 4, 5　　　*D*．2, 4, 8, 16, 32

答案　*B* 解析　由题意知分段间隔为 10. 只有选项 *B* 中相邻编号的差为 10，选 *B*.

7．有 40 件产品，其中一等品 10 件，二等品 25 件，次品 5 件，现从中抽出 8 件进行质量分析，问应采取何种抽样方法(　　)

A．抽签法　　　*B*．随机数表法　　　*C*．系统抽样　　　*D*．分层抽样

答案　*D*

8．某城市有学校 700 所．其中大学 20 所，中学 200 所，小学 480 所，现用分层抽样方法从中抽取一个容量为 70 的样本，进行某项调查，则应抽取中学数为(　　)

A．70　　　*B*．20　　*C*．48　　　*D*．2

答案 *B*　由于$\frac{700}{70}$＝10，即每 10 所学校抽取一所，又因中学 200 所，所以抽取 200÷10＝20(所)．

9．下列问题中，最适合用分层抽样方法抽样的是(　　)

A．某电影院有 32 排座位，每排有 40 个座位，座位号是 1～40. 有一次报告会坐满了听众，报告会结束以后为听取意见，要留下 32 名听众进行座谈

B．从 10 台冰箱中抽出 3 台进行质量检查

C．某乡农田有山地 8 000 亩，丘陵 12 000 亩，平地 24 000 亩，洼地 4 000 亩，现抽取农田 480

亩估计全乡农田平均产量

D. 从 50 个零件中抽取 5 个做质量检验

答案　*C*解析　*A*的总体容量较大，宜采用系统抽样方法；*B*的总体容量较小，用简单随机抽样法比较方便；*C*总体容量较大，且各类田地的产量差别很大，宜采用分层抽样方法；*D*与*B*类似.

10．要从其中有 50 个红球的 1 000 个球中，采用按颜色分层抽样的方法抽取 100 个进行分析，则应抽取红球的个数为(　　)

A. 5 个　　　　*B*. 10 个　　　*C*. 20 个　　　　*D*. 45 个

答案　*A*解析　由题意知每$\frac{1000}{100}$＝10(个)球中抽取一个，现有 50 个红球，应抽取$\frac{50}{10}$＝5(个).

11．在简单随机抽样中，某一个个体被抽到的可能性(　　)

A. 与第几次抽样有关，第一次抽到的可能性大一些

B. 与第几次抽样无关，每次抽到的可能性相等

C. 与第几次抽样有关，最后一次抽到的可能性大些

D. 与第几次抽样无关，每次都是等可能的抽取，但各次抽取的可能性不同

答案　*B*

解析　由简单随机抽样的特点知与第 n 次抽样无关，每次抽到的可能性相等.

二、填空题

12．福利彩票的中奖号码是从 1～36 个号码中选出 7 个号码来按规则确定中奖情况，这种从 36 个号码中选 7 个号码的抽样方法是________.

答案　抽签法

13．用随机数表法进行抽样，有以下几个步骤：①将总体中的个体编号；②获取样本号码；③选定随机数表开始的数字，这些步骤的先后顺序应该是________．(填序号)

答案　①③②

14．某班级共有学生 52 人，现根据学生的学号，用系统抽样的方法，抽取一个容量为 4 的样本，已知 3 号、29 号、42 号同学在样本中，那么样本中还有一个同学的学号为________.

答案　16 解析　用系统抽样的方法是等距离的．42－29＝13，故 3＋13＝16.

15．某农场在三种地上种玉米，其中平地 210 亩，河沟地 120 亩，山坡地 180 亩，估计产量时要从中抽取 17 亩作为样本，则平地、河沟地、山坡地应抽取的亩数分别是________.

答案　7,4,6 解析　应抽取的亩数分别为 $210\times\frac{17}{510}=7$, $120\times\frac{17}{510}=4$, $180\times\frac{17}{510}=6$.

16．将一个总体分为A、B、C三层，其个体数之比为5∶3∶2.若用分层抽样方法抽取容量为100的样本，则应从C中抽取________个个体.

答案　20 解析　由题意可设A、B、C中个体数分别为5k,3k,2k，所以C中抽取个体数为 $\frac{2k}{5k+3k+2k}\times100=20$.

17．某工厂生产A、B、C、D四种不同型号的产品，产品数量之比依次为2∶3∶5∶1.现用分层抽样方法抽出一个容量为n的样本，样本中A种型号有16件，那么此样本的容量n为________.

答案　88 解析　在分层抽样中，每一层所抽的个体数的比例与总体中各层个体数的比例是一致的．所以，样本容量 $n=\frac{2+3+5+1}{2}\times16=88$.

标为止，每次射击击中目标的概率为 $\frac{1}{3}$，求在第 n 次才击中目标的概率.

教学反思

一、优点：

在知识的形成过程中，给学生创设熟悉的问题情境，通过各种不同形式的自主学习、探究活动，让学生体验数学发现和创造的历程，来培养学生运用数学分析实际问题的能力和意识，体会从特殊到一般的数学思维方式。

二、缺点：

1.教师从实际的学习效果出发，考虑如何组织合作学习，有利于调动广大学生参与学习的全过程，防止合作学习走过场。

2.对教材的理解不够透彻,对学生的指导不够细致，不够具体

三、改进：

学生的反馈是重要的，它决定了教学的进程聆听学生是教师的必备技能，不要将学生作为“答案发生器”，不要沉浸在“我的学生都会做了”这种虚假的成功喜悦中，而应该让学生关注解决问题的过程、策略及思想方法，让他们充分地展示思想，完整地、数学地表达自己的想法，甚至于应该给予他们犯错的机会，也帮助他们提高分析错误、更正错误的能力。

第十九、二十课时

基本信息	
教学主题	总体分布的估计
教学目标	通过统计案例，会用样本频率分布估计总体分布
教学重点	用样本频率分布估计总体分布
教学难点	频率分布表和频率分布直方图的绘制
教学方法	多媒体课件

教学设计

一 、引入

在统计中，为了考察一个总体的情况，通常是从总体中抽取一个样本，用样本的有关情况去估计总体的相应情况。这种估计大体分为两类，一类是用样本频率分布估计总体分布，一类是用样本的某种数字特征（例如平均数、方差等）去估计总体的相应数字特征。下面我们先通过案例来介绍总体分布的估计。

二 、案例分析

例 1 为了了解某地区高三学生的身体发育情况,抽查了地区内 100 名年龄为 17.5 岁~18 岁的男生的体重情况,结果如下(单位:kg)

56.5	69.5	65	61.5	64.5	66.5	64	64.5	76	58.5
72	73.5	56	67	70	57.5	65.5	68	71	75
62	68.5	62.5	66	59.5	63.5	64.5	67.5	73	68
55	72	66.5	74	63	60	55.5	70	64.5	58
64	70.5	57	62.5	65	69	71.5	73	62	58
76	71	66	63.5	56	59.5	63.5	65	70	74.5
68.5	64	55.5	72.5	66.5	68	76	57.5	60	71.5
57	69.5	74	64.5	59	61.5	67	68	63.5	58
59	65.5	62.5	69.5	72	64.5	75.5	68.5	64	62

65.5	58.5	67.5	70.5	65	66	66.5	70	63	59.5

试根据上述数据画出样本的频率分布直方图,并对相应的总体分布作出估计。

解:按照下列步骤获得样本的频率分布.

(1)求最大值与最小值的差.

在上述数据中，最大值是 76，最小值是 55，它们的差(又称为极差)是 76—55=21)所得的差告诉我们，这组数据的变动范围有多大.

(2)确定组距与组数.

如果将组距定为 2，那么由 21÷2=10.5，组数为 11，这个组数适合的.于是组距为 2，组数为 11.

（3）决定分点.

根据本例中数据的特点，第 1 小组的起点可取为 54.5，第 1 小组的终点可取为 56.5，为了避免一个数据既是起点，又是终点从而造成重复计算，我们规定分组的区间是“左闭右开”的.这样，所得到的分组是

[54.5，56.5)，[56.5，58.5)，…，[74.5，76.5）.

（4）列频率分布表

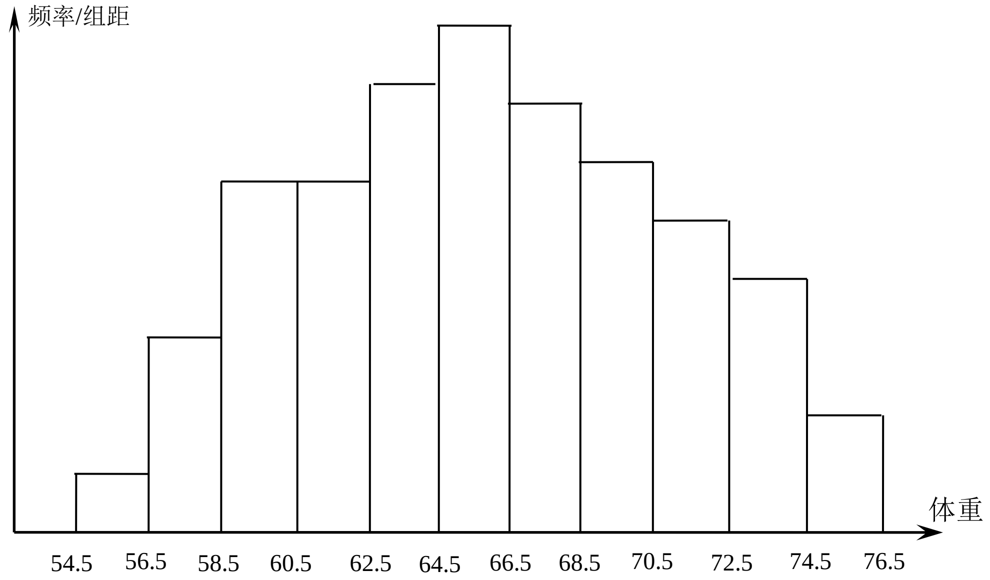
如表①

频率分布表

分组	频数累计	频数	频率
[54.5，56.5)		2	0.02
[56.5，58.5)		6	0.06
[58.5，60.5)		10	0.10
[60.5，62.5)		10	0.10
[62.5，64.5)		14	0.14
[64.5，66.5)		16	0.16
[66.5，68.5)		13	0.13
[68.5，70.5)		11	0.11
[70.5，72.5)		8	0.08
[72.5，74.5)		7	0.07
[74.5，76.5)		3	0.03
合计		100	1.00

（5）绘制频率分布直方图.

频率分布直方图如图 1-1 所示



由于图中各小长方形的面积等于相应各组的频率，这个图形的面积的形式反映了数据落在各个小组的频率的大小.在反映样本的频率分布方面，频率分步表比较确切，频率分布直方图比较直观，它们起着相互补充的作用.在得到了样本的频率后，就可以对相应的总体情况作出估计.例如可以估计，体重在（64.5，66.5）kg 的学生最多，约占学生总数的 16%；体重小于 58.5kg 的学生较少，约占 8%；等等.

三 巩固练习

1 有一个容量为 50 的样本数据的分组及各组的频数如下：

[12.5，15.5）	3	[24.5，27.5）	10
[15.5，18.5）	8	[27.5，30.5）	5
[18.5，21.5）	9	[30.5，33.5）	4
[21.5，24.5）	11		

（1）列出样本的频率分布表和画出频率分布直方图；

（2）根据样本的频率分布估计，小于 30.5 的数据约占多少？

2 食品厂为加强质量管理，抽查了某天生产的罐头 80 只，得其质量数据如下（单位：克）

342 340 348 346 343 342 346 341 344 348 346 346 340 344 342

344　345　340　344　344　336　348　344　345　332　342　342　340　350　343　347

340　344　353　340　340　356　346　345　346　340　339　342　352　342　350　348

344　350　336　340　338　345　345　349　336　342　335　343　343　341　347　341

347　344　339　347　348　343　347　346　344　343　344　342　333　345　339　350

337

（1）画出样本的频率分布直方图；

（2）根据样本的频率分布估计，质量不小于 350 克的罐头约占多少？

四 小结

获得样本的频率分布的步骤：(1)求最大值与最小值的差；(2)确定组距与组数；（3）决定分点；（4）列频率分布表；（5）绘制频率分布直方图.

五 作业

1 某人在同一条件下射靶 50 次，其中射中 5 环或 5 环以下 2 次，射中 6 环 3 次，射中 7 环 9 次，射中 8 环 21 次，射中 9 环 11 次，射中 10 环 4 次.

（1）画出上述样本的频率分布直方图；

（2）根据上述结果估计，该射击者射中 7 环—9 环的概率约是多少？

2 在生产过程中，测得维尼纶的纤度（表示纤维粗细的一种量）有如下的 100 个数据：

1.36　1.49　1.43　1.41　1.37　1.40　1.30　1.42　1.47　1.39　1.41　1.36

1.40　1.34　1.42　1.42　1.45　1.35　1.42　1.39　1.44　1.42　1.39　1.42　1.42

1.30　1.34　1.42　1.37　1.36　1.37　1.34　1.37　1.37　1.44　1.45　1.32　1.48

1.40　1.45　1.39　1.46　1.39　1.53　1.36　1.48　1.40　1.39　1.38　1.40　1.36

1.45　1.50　1.43　1.38　1.43　1.41　1.48　1.39　1.45　1.37　1.37　1.39　1.45

1.31　1.41　1.44　1.44　1.42　1.47　1.35　1.36　1.39　1.40　1.38　1.35　1.42

1.43　1.42　1.42　1.42　1.40　1.41　1.37　1.46　1.36　1.37　1.27　1.37　1.38

1.42　1.34　1.43　1.42　1.41　1.41　1.44　1.48　1.55　1.37

（1）画出样本的频率分布直方图；

（2）根据上述结果估计，小于各端点值的数据所占的百分比各约是多少？

教学反思
一、优点： 在知识的形成过程中，给学生创设熟悉的问题情境，通过各种不同形式的自主学习、探究活动，让学生体验数学发现和创造的历程，来培养学生运用数学分析实际问题的能力和意识，体会从特殊到一般的数学思维方式。 **二、缺点：** 1.教师从实际的学习效果出发，考虑如何组织合作学习，有利于调动广大学生参与学习的全过程，防止合作学习走过场。 2.对教材的理解不够透彻,对学生的指导不够细致，不够具体 **三、改进：** 学生的反馈是重要的，它决定了教学的进程聆听学生是教师的必备技能，不要将学生作为“答案发生器”，不要沉浸在“我的学生都会做了”这种虚假的成功喜悦中，而应该让学生关注解决问题的过程、策略及思想方法，让他们充分地展示思想，完整地、数学地表达自己的想法，甚至于应该给予他们犯错的机会，也帮助他们提高分析错误、更正错误的能力。